

令和9年度 室蘭工業大学 理工学部

システム理化学科

数理情報システムコース

編入学試験 一般入試 試験問題

区分：専門科目

◎ 専門科目の試験科目

数学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は、この表紙を含め合計4枚あります。試験開始後、問題冊子の不足や印刷の不良に気づいた場合は、直ちに監督員に申し出てください。
3. 解答用紙は3枚です。問題番号 1、問題番号 2、問題番号 3の解答をそれぞれ解答用紙に記入してください。すべての解答用紙の所定の欄に受験番号を必ず記入してください。解答用紙に氏名を記入してはいけません。
4. 試験終了後、問題冊子、解答用紙、草案用紙をすべて提出してください。

問題番号 1

以下の積分を計算せよ。ただし、 e は自然対数の底であり、 $a > 0$ とする。

[1-1] $\int_0^a x \sqrt{a^2 - x^2} dx$

[1-2] $\int_0^1 x e^x dx$

問題番号 2

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

を考える。次の問いに答えよ。

[2-1] $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

[2-2] f の全微分 df を求めよ。

[2-3] $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ を満たす点を求め、その点において f が極大・極小いずれをとるか調べよ。

問題番号 3

2次元の回転を表す行列

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

を考える。次の問いに答えよ。

[3-1] 行列 $R(\frac{\pi}{2})$ と列ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ の積 $R(\frac{\pi}{2})\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を求めよ。

[3-2] $R(\frac{\pi}{4})R(\frac{\pi}{4})$ を求めよ。

[3-3] $R(\frac{\pi}{6})\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ をみたす x, y を求めよ。

令和9年度 室蘭工業大学理工学部 編入学試験
システム理化学科 数理情報システムコース
専門科目：数学

問題番号 1

以下の積分を計算せよ．ただし， e は自然対数の底であり， $a > 0$ とする．

[1-1] $\int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2} dx$

[1-2] $\int_0^1 xe^x dx$.

[出題意図]

置換積分の基本操作と部分積分を正しく行えるかを問う問題である．

問題番号 2

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

を考える．次の問いに答えよ．

[2-1] $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ．

[2-2] f の全微分 df を求めよ．

[2-3] $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ を満たす点を求め，その点において f が極大・極小いずれをとるか調べよ．

[出題意図]

2 変数関数に対する偏導関数の基本計算を正確に行えるかを確認する．全微分の定義を理解し，具体的な関数に対して適用できるかを問う．極値問題について停留点（ $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ を満たす点）を求める問題と平方完成もしくはヘッセ行列を用いて極小であることを判定できることを評価する．

問題番号 3

2 次元の回転を表す行列

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

を考える．次の問いに答えよ．

[3-1] 行列 $R(\frac{\pi}{2})$ と列ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ の積 $R(\frac{\pi}{2})\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を求めよ．

[3-2] $R(\frac{\pi}{4})R(\frac{\pi}{4})$ を求めよ．

[3-3] $R(\frac{\pi}{6})\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ をみたす x, y を求めよ．

[出題意図]

2 次元の回転行列を用いて，行列とベクトルの積，行列どうしの積，および行列を用いた一次方程式の基本的な計算能力を確認する．

令和9年度 室蘭工業大学理工学部 編入学試験
システム理化学科 数理情報システムコース
専門科目：数学

問題番号 1

以下の積分を計算せよ。ただし、 e は自然対数の底であり、 $a > 0$ とする。

[1-1] $\int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2} dx$

(解答)

$$I = \int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2} dx$$

とおく。ここで

$$u = a^2 - x^2, \quad \sqrt{u} = \sqrt{a^2 - x^2}$$

と置き換えると、

$$du = -2x dx, \quad x dx = \left(-\frac{1}{2}\right) du$$

である。また積分範囲も

$$x = 0 \Rightarrow u = a^2, \quad x = a \Rightarrow u = 0$$

を用いて置き換えれば

$$I = \int_{a^2}^0 \sqrt{u} \left(-\frac{1}{2}\right) du = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} u^{\frac{1}{2}} du$$

となる。したがって、

$$I = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} u^{3/2} \right]_0^{a^2} = \frac{1}{3} (a^2)^{3/2} = \frac{1}{3} a^3$$

より、

$$I = \int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{3} a^3$$

[1-2] $\int_0^1 x e^x dx.$

(解答)

$$J = \int_0^1 x e^x dx$$

とする。ここで部分積分を用いると、

$$J = \int_0^1 x e^x dx = [x e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx$$

となる。よって

$$J = [xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - [e^x]_0^1 = e - (e - 1) = 1$$

より,

$$J = \int_0^1 xe^x dx = 1$$

問題番号 2

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

を考える。次の問いに答えよ。

[2-1] $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

(解答)

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

より,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 2, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 4$$

[2-2] f の全微分 df を求めよ。

(解答)

全微分の定義より

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

であるから,

$$df = (2x - 2) dx + (2y - 4) dy$$

[2-3] $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ を満たす点を求め、その点において f が極大・極小いずれをとるか調べよ。

(解答)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

を満たす点を求める.

$$2x - 2 = 0, \quad 2y - 4 = 0$$

より,

$$x = 1, \quad y = 2$$

となる. さらに,

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

を平方完成すると,

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 5$$

となる.

ここで,

$$(x - 1)^2 \geq 0, \quad (y - 2)^2 \geq 0$$

であるから,

$$\therefore f(x, y) \geq -5$$

が成り立つ. 等号は

$$x = 1, \quad y = 2$$

のときに成り立つ. したがって,

$(1, 2)$ において f は極小値 -5 をとる

(別解)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2$$

であるから, f のヘッセ行列は

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

である.

このとき,

$$\det H = 4 > 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2 > 0$$

であるから, ヘッセ行列は正定値である.

したがって,

$$(1, 2)$$

において f は極小をとる.

さらに, f は 2 次関数であり, ヘッセ行列が正定値であることから,

$(1, 2)$ において f は極小値 -5 をとる

問題番号 3

2次元の回転を表す行列

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

を考える。次の問いに答えよ。

[3-1] 行列 $R(\frac{\pi}{2})$ と列ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ の積 $R(\frac{\pi}{2})\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を求めよ。

(解答)

$$R\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & -\sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

である。したがって、

$$R\left(\frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

となる。よって、

$$\boxed{R\left(\frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}}$$

[3-2] $R(\frac{\pi}{4})R(\frac{\pi}{4})$ を求めよ。

(解答)

まず、

$$R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

である。したがって、

$$R\left(\frac{\pi}{4}\right)R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

となる。

行列の積を計算すると、

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

であるから、

$$R\left(\frac{\pi}{4}\right)R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

を得る。したがって、

$$R\left(\frac{\pi}{4}\right)R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

[3-3] $R\left(\frac{\pi}{6}\right) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ をみたす x, y を求めよ.

(解答)

$$R\left(\frac{\pi}{6}\right) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

であるから、与えられた方程式は

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

である。成分ごとに書くと、

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y = 1, \quad \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = \sqrt{3}$$

となる。両辺を 2 倍して、

$$\sqrt{3}x - y = 2, \quad x + \sqrt{3}y = 2\sqrt{3}$$

を得る。第 1 式より

$$y = \sqrt{3}x - 2$$

であるから、これを第 2 式に代入すると、

$$x + \sqrt{3}(\sqrt{3}x - 2) = 2\sqrt{3}$$

すなわち

$$x + 3x - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

となる。よって

$$4x = 4\sqrt{3}$$

より

$$x = \sqrt{3}$$

である。これを

$$y = \sqrt{3}x - 2$$

に代入すると,

$$y = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 2 = 3 - 2 = 1$$

となる. したがって,

$$\boxed{x = \sqrt{3}, \quad y = 1}$$