

2025年度4月入学試験<2025-1>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

一般入学試験問題

数 学

13:00～15:00

注意事項：

大問1～6のうち5問を選択して答えよ

問題用紙・草稿用紙・答案用紙は全て回収する。

試験後に持ち帰らないこと。

受験番号	
------	--

数 学

問 1 から 6 のうち, 5 問を選択して答えよ。

1. 次の定積分を求めよ。

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx$$

2. 次の関数 $f(x)$ をフーリエ変換せよ。

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 < x < 0 \\ -x+1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}$$

3. 行列 $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ について, 固有値と固有ベクトルを求めよ。

4. 以下の問いに答えよ。ただし z は複素数で, 実数 x, y を用いて $z = x + iy$ と表されるものとする。また, i は虚数単位を表す。

(1) $\overline{e^z} = e^{\bar{z}}$ を証明せよ。

(2) 複素関数 $w = \overline{e^z}$ は正則か判定せよ。その根拠も示せ。

5. ラプラス変換を用いて, 次の $y(t)$ に関する微分方程式を [] の条件で解け。

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = 0 \quad \left[y(0) = 1, \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 2 \right]$$

6. 次のベクトル場 $\mathbf{A}$ の曲面 S に関する面積分 I を求めよ。

$$\mathbf{A} = (2x, -y, z) \quad S: z = 1 - x - y \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$$

$$I = \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

2025年度4月入学試験<2025-1>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

一般入学試験問題

専門科目

9:00～11:30

注意事項：

大問1問につき答案用紙1枚で解答すること。

問題用紙・草稿用紙・答案用紙は全て回収する。

試験後に持ち帰らないこと。

工業力学，工業熱力学，流体力学，制御工学，電気回路の6科目から2科目を選択。選択した科目名の左欄に○印を記入してください。○印の数は2個までです。

	工業力学		工業熱力学		流体力学		材料力学
	制御工学		電気回路				

受験番号

工業力学

1. 以下の問いに答えよ。ただし計算過程を記すこと。

- (1) 図1のとおり、材質および厚さの一様な円板に二等辺三角形の穴が空いている。この物体の重心の座標を求めよ。
- (2) 図2のとおり、大きさ F の $+x$ 方向の外力が点 C にはたらいている。この外力によって線分 AB のまわりに生ずるモーメントの大きさを求めよ。

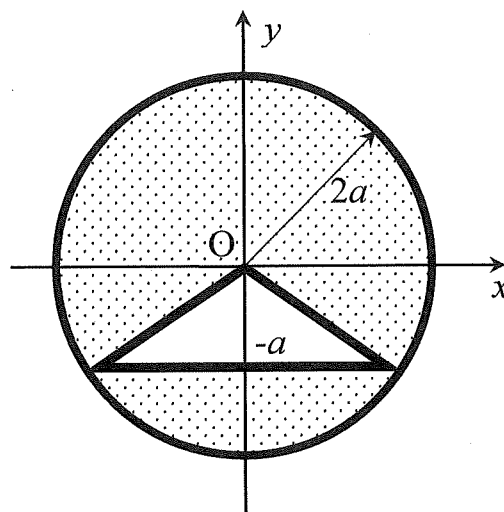


図 1

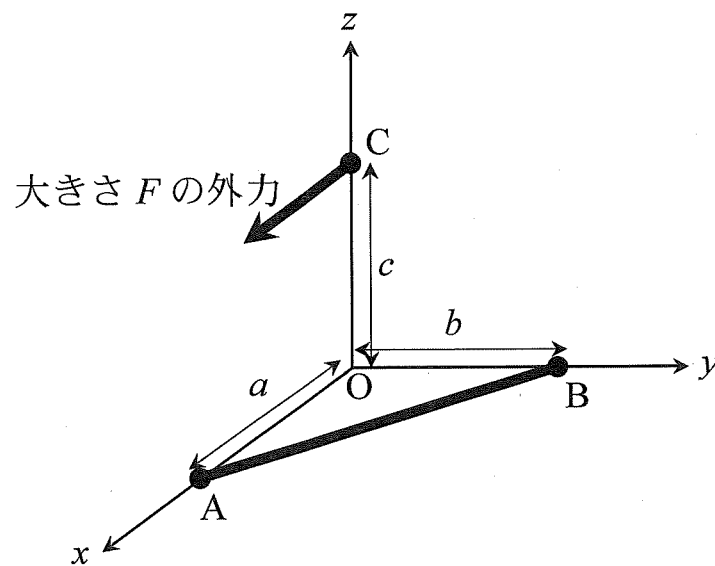
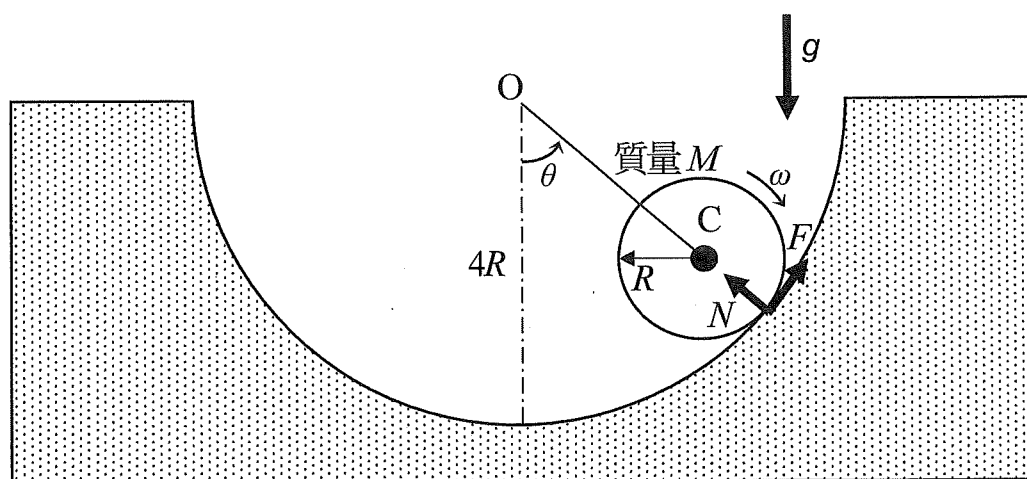


図 2

2. 図のとおり、半径 $4R$ の半円筒内壁の上に一様な材質の半径 R 、質量 M の円柱 C が接している。線分 OC と鉛直線が成す角を θ とする。時刻 $t=0$ 、初期位置 $\theta=\theta_0$ で円柱 C を静かに離すと、円柱 C は摩擦力 F と垂直抗力 N を受けながら半円筒内壁上を滑ることなく転がり落ちた。この円柱 C の運動について以下の問いに答えよ。なお、円柱 C の角速度を ω 、重力加速度の大きさを g とし、 θ および ω の正方向は図中の矢印の方向とする。

- (1) 円柱 C の中心 C 周りの慣性モーメント I を、 M, R を用いて表せ。なお、問 (2) 以降では慣性モーメントは I として解くこと。
- (2) 円柱 C は線分 OC を半径とする円運動をする。この円運動の円周方向の運動方程式を、 F, g, M, R, θ を用いて記述せよ。
- (3) 円柱 C の中心 C 周りの回転の運動方程式を、 F, I, R, ω を用いて記述せよ。
- (4) 摩擦力 F を、 g, I, M, R, θ を用いて表せ。ただし、以下の角速度に関する式 A、(2) の解、および (3) の解を用いてよい。

$$3R\dot{\theta} = R\omega \quad \dots\dots\dots \text{式 A}$$
- (5) 式 A、(3) の解、(4) の解を用いて、 θ の 2 階微分方程式を導け。
- (6) 式 A、(5) の解を用いて、角速度 ω を θ の関数として求めよ。



図

工業熱力学

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) 高温熱源 450 K, 低温熱源 300 K の温度差で運転されている蒸気機関が 1000 J の仕事をしている。この仕事をするために、熱源から取り出す最小の熱量はいくらか。
- (2) 断熱過程の蒸気タービンを考える。タービン入口の蒸気の比エンタルピが 4000 kJ/kg, 出口での蒸気の比エンタルピが 2000 kJ/kg である。また、入口での蒸気の流速は 0 m/s であり、出口での蒸気の流速は 500 m/s である。このときの蒸気 1 kg あたりのタービンの出力はいくらか。ただし、位置エネルギーの変化はないものとする。
- (3) 圧力 2.0 MPa, 温度 500 K, 定積比熱 1.0 kJ/(kg · K) の理想気体に、等積過程で 2500 kJ/kg の熱量を加えた後の圧力はいくらか。

2. 以下の問いに答えよ。

- (1) 熱力学において、第 2 種永久機関とはどのようなものか、説明せよ。
- (2) 理想気体において、状態 1 から状態 2 へと変化する過程で $pv^n = \text{定数}$ (n はポリトロップ指数) が成り立つとき、1 kg あたりの理想気体が外部に対してなす仕事 w_{12} は以下となることを示せ。ただし、 $n \neq 1$ とする。

$$w_{12} = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

ここで、 p は圧力、 v は比体積、過程のはじめと終わりの状態を添字 1, 2 で表すものとする。

- (3) 状態量である比内部エネルギー u と温度 T には以下の関係がある。

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv$$

上の関係式、熱力学第一法則の基礎式、および定積比熱 c_v の定義式を用いて、以下の式を導け。

$$\delta q = c_v dT + \left[\left(\frac{du}{dv} \right)_T + p \right] dv$$

ここで、 δq は系に与えた熱量、 p は圧力、 v は比体積、 d は微小変化を表す記号とする。

3. 理想気体 m [kg]を作動流体としたカルノーサイクルがあるとき、以下の問いに答えよ。ただし R を気体定数とすること。

- (1) 温度 T_1 の高温熱源から熱量 Q_1 を受け取って、状態1（圧力 p_1 、体積 V_1 ）から状態2（圧力 p_2 、体積 V_2 ）まで等温膨張するとき、 Q_1 を表せ。
- (2) 温度 T_2 の低温熱源に熱量 Q_2 を捨てて、状態3（圧力 p_3 、体積 V_3 ）から状態4（圧力 p_4 、体積 V_4 ）まで等温圧縮するとき、 Q_2 を表せ。
- (3) この状態1～4を1サイクルとして、この1サイクルで外部に対してなす仕事 W を表せ。
- (4) このカルノーサイクルの pV 線図を描き、その図中に(3)の仕事 W をあらわす箇所を示せ。
- (5) このカルノーサイクルの $T_1 = 600$ K, $T_2 = 360$ K とするとき、熱効率を求めよ。また、 $T_2 = 300$ K に変化したとき、熱効率はどれだけ変化したか。具体的な数値を算出するとともに、変化の高低を+（=効率上昇）あるいは-（=効率低下）で表せ。

4. 次の問いに答えよ。

(1) 以下の文章のうち、正しいものを選び (複数選択可)。

ア. カルノーサイクルの理論最大熱効率 は 作動流体の種類によって異なる。

イ. 熱を仕事に変換する熱機関は高温熱源だけで成立する。

ウ. ヘルムホルツの自由エネルギーを考えると、内部エネルギーから TS (T は温度, S はエントロピ) だけ引いた残りが仕事として自由に取り出せる。

エ. 実際の熱サイクルでは、エントロピ増大によるエクセルギ損失分が不可逆過程として存在するので、そもそも無効エネルギーを考えなくてよい。

(2) 部屋の温度を $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ に保つために、成績係数が 2 のヒートポンプを使用した。外気温が $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ のとき、部屋から失われる熱量が 36 MJ/h として、以下の問いに答えよ。

ア. ヒートポンプに必要な動力 W [kW] を求めよ。

イ. 室外からうばう熱量 Q_L [MJ/h] を求めよ。

ウ. 電気ストーブを用いる場合に比べて、何 % の電気代を節約できるか。

(3) 以下の文章の空欄①～③にあてはまる式をそれぞれ答えよ。

比エントロピ s という直接測定できない状態量を、容易に測定できる温度 T 、比体積 v 、圧力 p という状態量で表したギブスの式は、比内部エネルギー u を用いると、 d を微小変化を表す記号として

$$Tds = \text{①}$$

となる。このとき理想気体の状態方程式 $pv = RT$ と $du = c_v dT$ (ただし、 R は気体定数、 c_v は定積比熱) を用いると

$$ds = \text{②}$$

と表現できる。状態 1 から状態 2 まで積分すると、理想気体のエントロピ変化は

$$s_2 - s_1 = \text{③}$$

と表すことができる。ただし、状態 1 のときの温度と体積はそれぞれ T_1 、 v_1 、状態 2 のときの温度と体積はそれぞれ T_2 、 v_2 とする。

流体力学

1. 図に示すように、重力場において液体の入った円筒状の容器が中心軸周りに一定角速度 ω で回転しており、容器内の液体が定常状態となっている。以下の問いに答えよ。ここで容器の中心軸の上向きに z 座標、半径方向に r 座標をとり、液体の密度を ρ 、重力加速度を g とする。また、液体内部の静圧を p とし、液体に作用する動圧および液面に作用する表面張力の影響は無視できるものとする。

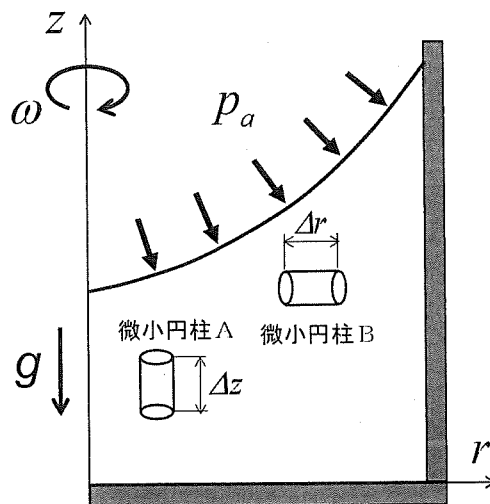
- (1) 図中の微小円柱A（高さ Δz ）、B（高さ Δr ）に対して z 軸方向、 r 軸方向における力の釣り合いの式を立てることにより、以下の式を導け。 z 軸の負の方向に重力加速度 g が、 r 軸の正の方向に遠心加速度が作用していることを考慮すること。

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \rho r \omega^2$$

- (2) p は r および z の関数であるから $p(r, z)$ と表わされる。 p を全微分し、(1) で得られた式を考慮することにより以下の式を導け。

$$dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$$

- (3) 液面上の圧力は大気圧 p_a となり、液面上に一様に作用する。このことから液面が回転放物線形状となることを示せ。



図

2. 音速 a は以下の式で与えられる。

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (\text{a})$$

ここで p を圧力, ρ を密度とする。以下の問いに答えよ。なおここで扱う流体は理想気体とする。

- (1) 断熱過程における式 p と ρ の関係式 $p = C\rho^\gamma$ を対数微分することにより, 以下の式を導け。ここで γ は比熱比, C は定数を表す。

$$\frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{p}{\rho} \quad (\text{b})$$

- (2) 音波の通過による流体の状態量の変化が断熱過程に従うとした場合, (a) 式, (b) 式と理想気体の状態方程式から, 音速を与える式として (c) 式を導け。

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (\text{c})$$

ここで T は絶対温度, R は気体定数とする。

- (3) 音波の通過による流体の状態量の変化が等温変化に従うとした場合の音速 a_N を与える式として (d) 式を導け。

$$a_N = \sqrt{RT} \quad (\text{d})$$

- (4) $a > a_N$ が成り立つことを示せ。

材 料 力 学

1. 両端が固定された長さ l の一様断面の棒を考える。ただし、棒の断面積を S 、縦弾性係数を E とし、棒の自重は無視できるものとする。

- (1) 図1のように、棒の上端Aから長さ a だけ離れた断面Cに上向きの荷重 P が作用するとき、上端Aと下端Bに生じる反力 R_A および R_B を求めよ。
- (2) さらに、図2のように断面Cから距離 b だけ離れた断面Dに下向きの荷重 $2P$ が作用するとき、上端Aと下端Bに生じる反力 R_A および R_B を求めよ。

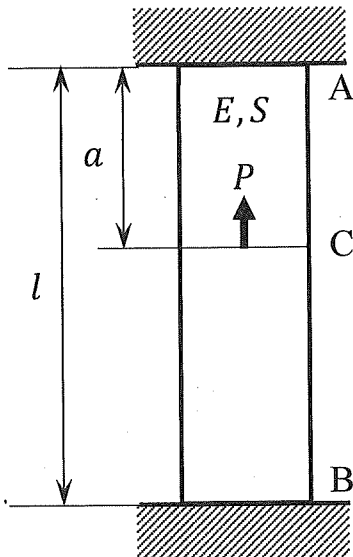


図1

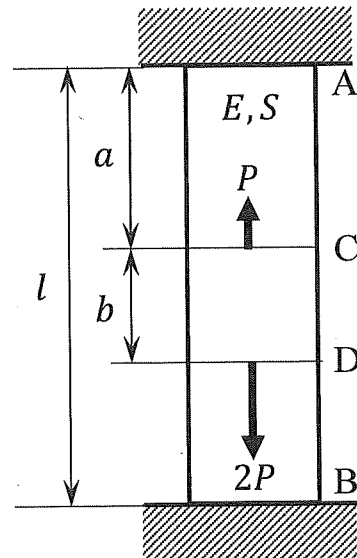


図2

2. 図1に示すような半径 r の半円形弾性曲がりはり AB が円の中心 O を含む鉛直面内にある。A 点は水平な床に固定されており、B 点に水平方向右向きに荷重 P が作用している。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、このはりの曲げ剛性を EI とし、はりの自重は無視できるものとする。

- (1) 図1におけるはりの微小部分 ds を微小角 $d\theta$ 、半径 r を用いて表せ。ただし、はりの太さは半径 r に比べて十分小さく、微小部分 ds は直線とみなしてよい。
- (2) B 点から反時計回りに θ だけ進んだ箇所ではりを切断し、自由体を取り出すと図2のようになる。このとき、切断面に働くモーメント M を求めよ。
- (3) このはりに蓄えられるひずみエネルギー U を求めよ。
- (4) B 点の水平方向変位 δ_H を求めよ。

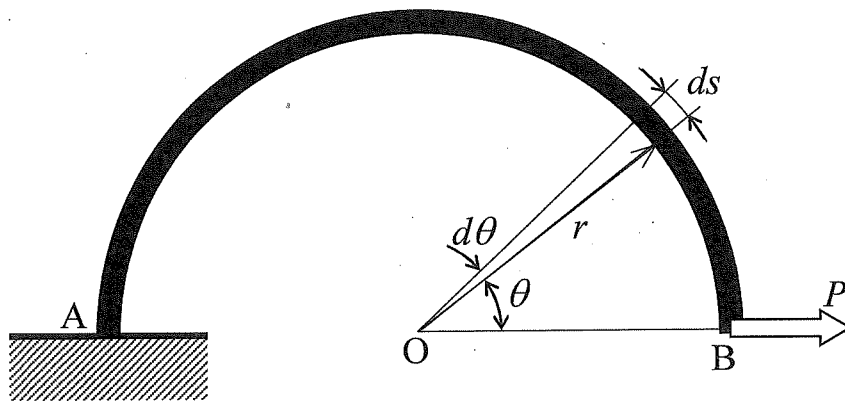


図1

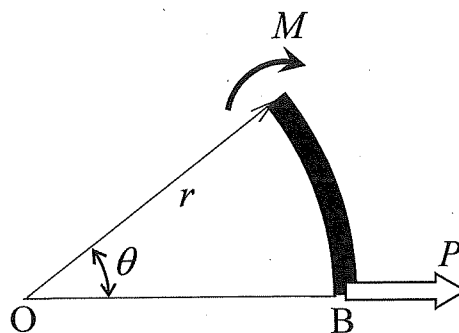
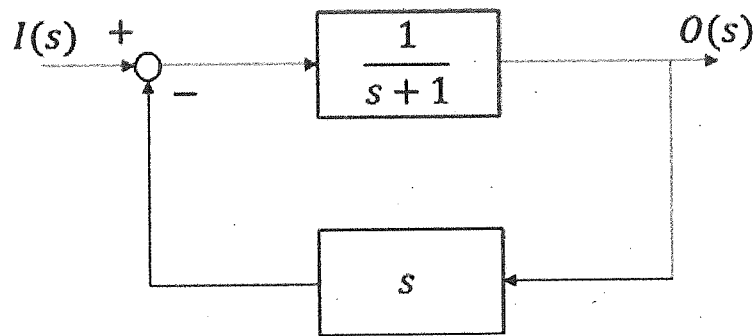


図2

制 御 工 学

1. 下図の系について以下の問いに答えよ。ただし、 s はラプラス変数、 t は時間である。



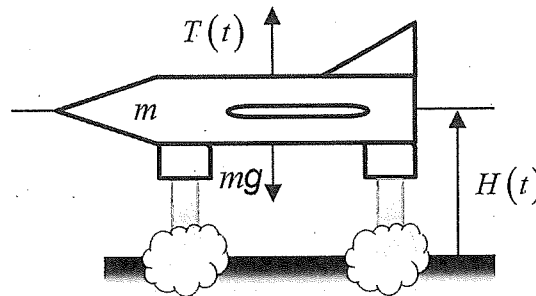
図

- (1) 伝達関数 $O(s)/I(s)$ を求めよ。
- (2) 振幅 A 、角周波数 ω の正弦波 $A\sin(\omega t)$ が図の系に入力されている。振幅 $A = \sqrt{37}$ 、角周波数 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ のとき、十分な時間経過後の出力の振幅の大きさを求めよ。

2. 図に示す垂直離着陸機の高度を制御する系を考える。

本系において、時刻 t における機体の高度を $H(t)$ 、目標高度を $H_d(t)$ 、高度誤差を $e(t)$ 、機体質量を m 、エンジン推力を $T(t)$ 、エンジンスロットル開度を $\delta(t)$ 、上昇・下降気流等による外乱を $d(t)$ とする。さらに、 $e(t)$ より $\delta(t)$ を得るための比例係数および時間遅れをそれぞれ K_P 、 τ_P 、 $\delta(t)$ より $T(t)$ を得るための比例係数および時間遅れをそれぞれ K_E 、 τ_E 、重力加速度を g とする。

このとき、機体の鉛直方向の運動方程式、エンジンスロットル開度に対する推力の特性、高度誤差に対するエンジンスロットル開度は、それぞれ以下の式(a), (b), (c)で表されるものとする。



図

$$m \frac{d^2}{dt^2} H(t) = T(t) + d(t) - mg \quad (a)$$

$$T(t) + \tau_E \frac{d}{dt} T(t) = K_E \delta(t) \quad (b)$$

$$\delta(t) = K_P \left(e(t) + \tau_P \frac{d}{dt} e(t) \right) \quad (c)$$

$$\text{ただし, } e(t) = H_d(t) - H(t)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) 機体の鉛直方向の運動方程式、エンジンの特性、高度誤差に対するエンジンスロットル開度に関する伝達関数をそれぞれ求めよ。
- (2) (1)の結果を用いて、 $H_d(t)$ をコマンドとしてそれに追従するように $H(t)$ を制御する閉ループ系のブロック線図を描け。
- (3) すべての比例係数及び時間遅れは正として、この系が安定となる条件を特性方程式より求めよ。

電 気 回 路

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) 内部抵抗 r [Ω] の電圧計に $4r$ [Ω] の抵抗を直列に接続したときの測定範囲の倍率を求めよ。
- (2) 比誘電率 ϵ_r の媒質中に強さ Q_1 [C], Q_2 [C] の電荷を距離 r [m] 離して置いたとき, 二つの磁極間に働く力 F [N] を示せ。ここで真空中の誘電率は ϵ_0 [F/m] とする。
- (3) 発振周波数 f の LC 発振回路において静電容量 C が 19% 減少した。このとき元の発振周波数 f に対して何% 増加または減少するか答えよ。
- (4) 図 1 は電源回路のブロック図である。A, B, C の名称を答えよ。
- (5) 図 2 に示す演算増幅器を用いた回路において入力電圧 v_1 , 出力電圧 v_o , 抵抗 R_1 [Ω], R_2 [Ω] とする。このときの増幅度 A_v を答えよ。

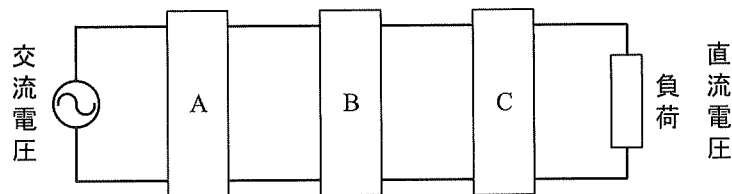


図 1

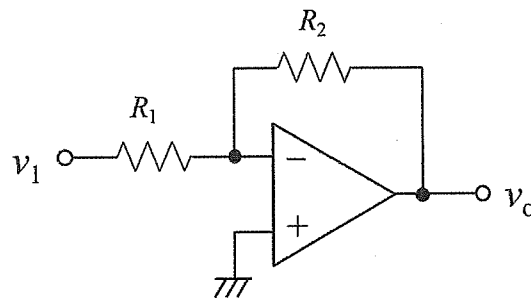
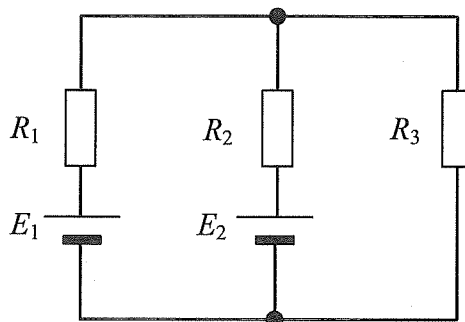


図 2

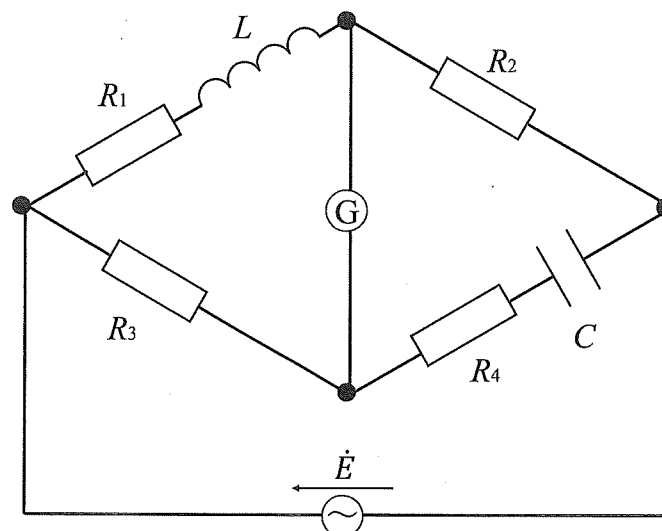
2. 図のような抵抗 $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$, $R_3 = 9 \Omega$, 直流電源 $E_1 = 16 \text{ V}$, $E_2 = 24 \text{ V}$ からなる回路において, 抵抗 R_3 に流れる電流値を求めよ。



図

3. 図のような交流ブリッジ回路において, 交流電源の電圧を $\dot{E}$, その角周波数を ω とする。 R_2 , R_3 , R_4 は既知の抵抗, C は容量が既知のコンデンサであり, 一方, インダクタンスが未知のコイル L と未知の抵抗 R_1 がある。交流検流器 G の指示がゼロとなりブリッジが平衡状態にあるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) コンデンサ C とコイル L のインピーダンスを虚数単位 j と角周波数 ω を用いて複素数表記であらわせ。
- (2) ブリッジの平衡条件を R_1 , R_2 , R_3 , R_4 および (1) で示した複素インピーダンスを用いてあらわせ。
- (3) (2) の平衡条件式において左辺右辺の実部と虚部が等しいことから, R_1 および L をその他の既知の値を用いてあらわせ。



図

2025年度4月入学試験【第一次募集】

<2025-1>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

出題意図，解答例

数 学

科目	小問	出題意図
数学	1	ガウスの誤差関数を用いて, 多重積分の応用計算能力を見ている
	2	フーリエ変換の理解力、計算能力をみている
	3	線形代数のうち, 行列演算に関する理解力をみる
	4	複素関数論の理解力をみる
	5	ラプラス変換の理解力をみる
	6	ベクトルの面積分の理解力をみている。

解答例

問題 1

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \text{ とおく.}$$

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ay^2} dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x^2+y^2)} dx dy = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-ar^2} r dr d\theta = \pi \int_0^{\infty} 2r e^{-ar^2} dr$$

$$= \frac{\pi}{a}$$

$$I = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

問題 2

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx = \int_{-1}^0 (1+x) e^{-i\omega x} dx + \int_0^1 (1-x) e^{-i\omega x} dx \\ &= \int_{-1}^0 (1+x) \left(\frac{e^{-i\omega x}}{-i\omega} \right)' dx + \int_0^1 (1-x) \left(\frac{e^{-i\omega x}}{-i\omega} \right)' dx \\ &= \left[-(1+x) \frac{e^{-i\omega x}}{i\omega} \right]_{-1}^0 + \int_{-1}^0 \frac{e^{-i\omega x}}{i\omega} dx + \left[-(1-x) \frac{e^{-i\omega x}}{i\omega} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{e^{-i\omega x}}{i\omega} dx \\ &= -\frac{1}{i\omega} + \frac{1}{i\omega} + \left[\frac{e^{-i\omega x}}{\omega^2} \right]_{-1}^0 - \left[\frac{e^{-i\omega x}}{\omega^2} \right]_0^1 \\ &= \frac{1 - e^{i\omega}}{\omega^2} - \frac{e^{-i\omega} - 1}{\omega^2} \\ &= -\frac{e^{i\omega} - 2 + e^{-i\omega}}{\omega^2} \\ &= \frac{4}{\omega^2} \left(\frac{e^{\frac{i\omega}{2}} - e^{-\frac{i\omega}{2}}}{2i} \right)^2 = \frac{4}{\omega^2} \sin^2 \frac{\omega}{2} \end{aligned}$$

3. $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

固有方程式 $|A - \lambda E| = 0$ を解く

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & -3 & 4 \\ 2 & 4-\lambda & -4 \\ 1 & 1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1-\lambda)(4-\lambda)(-\lambda) + 12 + 8 - 6\lambda - 4(4-\lambda) + 4(-1-\lambda) = 0$$

$$\lambda^3 - 3\lambda^2 + 2\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda-1)(\lambda-2) = 0$$

$$\lambda = 0, 1, 2 \quad \dots \left(\frac{\lambda}{2}\right)$$

固有値 $\lambda \in \mathbb{R}$ x_1, x_2, x_3 とする

$\lambda = 0$ のとき

$$A - 0E = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

簡約化 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$Ax_1 = 0$ のとき

$$x_1 = C_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \left(\frac{x_1}{2}\right)$$

$\lambda = 1$ のとき

$$A - E = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

簡約化 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$(A - E)x_2 = 0$ のとき

$$x_2 = C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \left(\frac{x_2}{2}\right)$$

$\lambda = 2$ のとき

$$A - 2E = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 4 \\ 2 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

簡約化 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$(A - 2E)x_3 = 0$ のとき

$$x_3 = C_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left(\frac{x_3}{2}\right)$$

$\therefore C_1, C_2, C_3$ は任意の定数

$$4. (1) z = x + yi \quad \text{とすると}$$

$$e^z = e^{x+yi}$$

$$= e^x e^{yi}$$

$$= e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$\overline{e^z} = e^x (\cos y - i \sin y) \quad \dots \quad (1)$$

$$e^{\bar{z}} = e^{x-yi}$$

$$= e^x e^{-yi}$$

$$= e^x (\cos y - i \sin y) \quad \dots \quad (2)$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \text{より } \overline{e^z} = e^{\bar{z}} \quad //$$

$$(2) \quad \overline{e^z} = e^x (\cos y - i \sin y)$$

実部を u 、虚部を v とすると

$$u = e^x \cos y, \quad v = -e^x \sin y$$

$$\left. \begin{array}{ll} u_x = e^x \cos y & v_x = -e^x \sin y \\ u_y = -e^x \sin y & v_y = -e^x \cos y \end{array} \right\} \text{より}$$

$$u_x \neq v_y, \quad u_y \neq -v_x$$

∴ z のリーマンの方程式が満たされないため

正則ではない (答)

5.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} - 3y = 0 \quad [y(0)=1, \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 2]$$

s 正複素数として $y(t)$ のラプラス変換を $Y(s)$ とすると

$$\{s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)\} + 2\{sY(s) - y(0)\} - 3Y(s) = 0$$

$$(s^2 + 2s - 3)Y(s) = s + 4$$

$$Y(s) = \frac{s+4}{(s+3)(s-1)} = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s-1}$$

$$C_1 = \left. \frac{s+4}{s-1} \right|_{s=-3} = -\frac{1}{4}$$

$$C_2 = \left. \frac{s+4}{s+3} \right|_{s=1} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore Y(s) = \frac{-\frac{1}{4}}{s+3} + \frac{\frac{5}{4}}{s-1}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = -\frac{1}{4}e^{-3t} + \frac{5}{4}e^t \quad \left(\frac{47}{4}\right)$$

問題 6

$$\mathbf{r}(u, v) = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + (1 - u - v)\mathbf{k} \quad \text{とおく.}$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} = \mathbf{i} - \mathbf{k} \quad , \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} = \mathbf{j} - \mathbf{k} \quad \text{より,} \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}(u, v)) &= 2x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \\ &= 2u\mathbf{i} - v\mathbf{j} + (1 - u - v)\mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}(u, v)) \cdot \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right| &= 2u - v + 1 - u - v \\ &= u - 2v + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \iint_S \mathbf{A}(\mathbf{r}(u, v)) \cdot \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right| du dv \\ &= \int_0^1 \int_0^{1-v} (u - 2v + 1) du dv \\ &= \int_0^1 \left[\frac{u^2}{2} - 2uv + u \right]_0^{1-v} dv \\ &= \int_0^1 \left[\frac{1 - 2v + v^2}{2} - 2v + 2v^2 + 1 - v \right] dv \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_0^1 \left[\frac{1 - 2v + v^2}{2} - 2v + 2v^2 + 1 - v \right] dv \\ &= \int_0^1 \left[\frac{5v^2}{2} - 4v + \frac{3}{2} \right] dv \\ &= \left[\frac{5v^3}{6} - 2v^2 + \frac{3}{2}v \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

2025年度4月入学試験【第一次募集】

<2025-1>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

出題意図・解答例

専 門 科 目

工業力学

科目	小問	出題意図
工業力学	大問 1	大学学部の「工業力学」における最重要の学修テーマの一つに「剛体の回転運動」がある。ここでは、物体の重心がどこにあるかを理解することと、所与の回転軸まわりに外力モーメントの大きさを評価できることが肝要である。そこで、各小問においてこれらを問うている。
	(1)	簡単な幾何形状の組み合わせからなる物体について、重心位置を求めることができるかどうかを見ている。
	(2)	所与の外力によって所与の回転軸まわりに生ずるモーメントの大きさを評価できるかどうかを見ている。
	大問 2	大学学部の「工業力学」における最重要の学修テーマの一つに「剛体の回転運動」がある。そこで、円筒内面上を摩擦力と重力によって転がり落ちる円柱の回転運動を、その重心の運動と連立させて解くこととしている。
	(1)	単純幾何形状の物体の慣性モーメントの計算方法を習得しているかどうかを見ている。
	(2)	重心の円運動について円周方向の運動方程式を立式できるかどうかを見ている。
	(3)	剛体の回転の運動方程式を立式できるかどうかを見ている。
	(4) (5)	2つの運動方程式を連立させて適切に変形することができるかどうかを見ている。
	(6)	運動方程式から導かれた微分方程式を解くことができるかどうかを見ている。

解答例

1.

- (1) 穴の部分は、負の面積の物体が重なっているものとして扱う。円板の面積は $4\pi a^2$ 、重心は $(0, 0)$ 、二等辺三角形の底辺長は $2\sqrt{3}a$ 、面積は $\sqrt{3}a^2$ 、重心の座標は $(0, -\frac{2a}{3})$ であるから、面密度を ρ として、

$$x_{\text{CG}} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{\sum \rho S_i x_i}{\sum \rho S_i} = \frac{\sum S_i x_i}{\sum S_i} = \frac{4\pi a^2 \cdot 0 + (-\sqrt{3}a^2) \cdot (0)}{4\pi a^2 + (-\sqrt{3}a^2)} \\ = 0 \quad (\text{左右対称性より自明})$$

$$y_{\text{CG}} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{\sum \rho S_i y_i}{\sum \rho S_i} = \frac{\sum S_i y_i}{\sum S_i} = \frac{4\pi a^2 \cdot 0 + (-\sqrt{3}a^2) \cdot (-\frac{2a}{3})}{4\pi a^2 + (-\sqrt{3}a^2)} = \frac{\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}}{(4\pi - \sqrt{3})a^2} \\ = \frac{2\sqrt{3}a}{3(4\pi - \sqrt{3})}$$

- (2) 外力ベクトルは $\vec{F} = (F, 0, 0)$ 。 $\vec{AC} = (-a, 0, c)$ 。 よってこの外力が点 A まわりに作るモーメント $\vec{M}_A$ は、

$$\vec{M}_A = \vec{AC} \times \vec{F} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -a & 0 & c \\ F & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ = \vec{i}(0 \cdot 0 - c \cdot 0) + \vec{j}(c \cdot F - (-a) \cdot 0) + \vec{k}((-a) \cdot 0 - 0 \cdot F) = cF\vec{j} \\ = (0, cF, 0)$$

次に、 $\vec{AB} = (-a, b, 0)$ 。 モーメント $\vec{M}_A$ の AB 方向成分 M_{AB} は、

$$M_{AB} = \vec{M}_A \cdot \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = (0, cF, 0) \cdot \frac{(-a, b, 0)}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{bcF}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

よって $|M_{AB}| = \frac{bcF}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

解答例

2.

(1) 円柱 C の中心 C まわりの慣性モーメントは $\frac{MR^2}{2}$ 。

導出過程は以下の通り。

半径 r ，壁厚 dr の微小壁厚円筒を考えると，その中心軸まわりの慣性モーメント dI は，円筒長さを l ，材料密度を ρ として，

$$dI = r^2 dm = r^2 \rho dv = r^2 \rho \cdot 2\pi r dr l = 2\pi l \rho r^3 dr$$

そこで，半径 R の一様円柱の，その中心軸まわりの慣性モーメント I は，

$$I = \int_0^R dI = \int_0^R 2\pi l \rho r^3 dr = 2\pi l \rho \frac{R^4}{4} = \frac{\pi \rho l R^4}{2}$$

一方，この円柱の質量 M は， $M = \pi R^2 l \rho$ であるから， $I = \frac{MR^2}{2}$

(2) OC の長さは $3R$ 。 θ の向きに注意して，円柱 C の円運動の円周方向の運動方程式は

$$3MR\ddot{\theta} = -Mg\sin\theta + F$$

(3) 円柱 C の中心 C まわりの回転の運動方程式は，

$$\begin{aligned} I\dot{\omega} &= -FR \\ \left(\begin{array}{l} \text{前述の } I = \frac{MR^2}{2} \text{ を用いれば,} \\ \frac{1}{2}MR^2\dot{\omega} = -FR \end{array} \right) \end{aligned}$$

(4) 式 A を時間微分すると， $3R\ddot{\theta} = R\dot{\omega}$

$$3\ddot{\theta} = \dot{\omega}$$

上式を (2) の解に代入すると，

$$MR\dot{\omega} = -Mg\sin\theta + F$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{MR}(-Mg\sin\theta + F)$$

上式を (3) の解に代入して整理すると

$$\frac{I}{MR}(-Mg\sin\theta + F) = -FR$$

$$F = \frac{IM}{I + MR^2} g\sin\theta$$

$$\left(\text{前述の } I = \frac{MR^2}{2} \text{ を用いれば, } F = \frac{M}{3} g \sin \theta \right)$$

(5) (4) の解を (3) の解に代入する.

$$I\dot{\omega} = -\frac{IMR}{I + MR^2} g \sin \theta$$

$$\dot{\omega} = 3\ddot{\theta} = -\frac{MR}{I + MR^2} g \sin \theta$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{MR}{3(I + MR^2)} g \sin \theta$$

$$\left(\text{前述の } I = \frac{MR^2}{2} \text{ を用いれば, } \ddot{\theta} = -\frac{2}{9R} g \sin \theta \right)$$

(6) (5) の微分方程式を解く.

両辺に $\dot{\theta}$ を掛ける

$$\ddot{\theta}\dot{\theta} = -\frac{MR}{3(I + MR^2)} g \sin \theta \dot{\theta}$$

これを時間積分すると,

$$\int \ddot{\theta}\dot{\theta} dt = -\frac{MRg}{3(I + MR^2)} \int \sin \theta \dot{\theta} dt$$

$$\int \ddot{\theta}\dot{\theta} dt = -\frac{MRg}{3(I + MR^2)} \int \sin \theta d\theta$$

ここで, $\frac{d}{dt}\dot{\theta}^2 = 2\ddot{\theta}\dot{\theta}$ であるから, あるいは $\ddot{\theta}\dot{\theta} dt = \dot{\theta} d\dot{\theta} = \frac{1}{2} d\dot{\theta}^2$ であるから,

$$\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 = \frac{MRg}{3(I + MR^2)} \cos \theta + C$$

$t=0$ のとき, $\dot{\theta} = 0$, $\theta = \theta_0$ より

$$C = -\frac{MRg}{3(I + MR^2)} \cos \theta_0$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2MRg}{3(I + MR^2)} (\cos \theta - \cos \theta_0)$$

$$\dot{\theta} = \pm \sqrt{\frac{2MRg}{3(I + MR^2)} (\cos \theta - \cos \theta_0)}$$

$\dot{\theta} < 0$ より

$$\dot{\theta} = -\sqrt{\frac{2MRg}{3(I + MR^2)}}(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

式 A より, $\omega = 3\dot{\theta}$ なので

$$\omega = -3\sqrt{\frac{2MRg}{3(I + MR^2)}}(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$\omega = -\sqrt{\frac{6MRg}{I + MR^2}}(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$\left(\text{前述の } I = \frac{MR^2}{2} \text{ を用いれば, } \omega = -\sqrt{\frac{4g}{R}}(\cos\theta - \cos\theta_0) \right)$$

(6) の参考

滑り無し条件であるから, 摩擦による散逸は無い。従って力学的エネルギー保存が成立し,

(重力による位置エネルギー) + (並進運動エネルギー) + (回転運動エネルギー) = const. である。

そこで, 高さの基準を点 O として, θ_0 の位置と θ の位置の間で,

$$-3MgR\cos\theta_0 = -3MgR\cos\theta + \frac{1}{2}M(3R\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

これに $3\dot{\theta} = \omega$ を代入して整理すると,

$$\omega^2 = \frac{6MRg}{I + MR^2}(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$\omega < 0$ なので,

$$\omega = -\sqrt{\frac{6MRg}{I + MR^2}}(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

エネルギー保存式は運動方程式の経路積分なので, 小問 (2) (3) (4) (5) を経ずとも, (6) と同じ結果を得ることができる。

工業熱力学

科目	小問	出題意図
工業熱力学	1	熱力学第1法則, エンタルピーや熱量の概念など, 熱力学の基礎の理解力をみる.
	2	熱力学第2法則, 内部エネルギーや比熱の概念など, 熱力学の基礎の理解力をみる.
	3	カルノーサイクルの理解力をみる。
	4	熱力学第2法則に関連する項目の理解力をみる。

解答例

1.

- (1) 高温熱源 T_2 から吸収した熱量を q_2 , 低温熱源 T_1 に戻した熱量を $-q_1$ とすると, $q_1 + q_2 = W$ (蒸気機関の仕事) となる. 題意の最小の熱量は, この機関が最大効率で作動している場合に相当する. 効率 $\eta = 1 - (T_1/T_2)$ より,

$$W/q_2 = (q_1 + q_2)/q_2 = 1 - (T_1/T_2)$$

$$\text{よって, } q_2 = W \times (T_2 / (T_2 - T_1)) = 3,000 \text{ J}$$

(8 点)

- (2) 単位質量あたりの熱力学第一法則と質量保存則より,

$$(h_2 - h_1) + (w_2^2 - w_1^2)/2 + g(z_2 - z_1) = q_{12} - l_{12}$$

$$z_2 = z_1, \quad q_{12} = 0 \text{ のとき,}$$

$$\text{タービン出力 } l_{12} = -(h_2 - h_1) - (w_2^2 - w_1^2)/2$$

$$= -(2000 - 4000) \times 10^3 - (500^2 - 0)/2 = 1875000 \text{ J/kg} = 1,875 \text{ kJ/kg}$$

(8 点)

- (3) 熱量を加える前後をそれぞれ 1, 2 とすると,
等積過程なので, $T_1/P_1 = T_2/P_2$ が成り立つ.

$$\text{また, 熱量は } Q_{12} = C_v(T_2 - T_1) \text{ なので,}$$

$$\text{上の 2 式に, } T_1 = 500, P_1 = 2 \times 10^6, C_v = 1.0 \times 10^3, Q_{12} = 2500 \times 10^3 \text{ を入れて,}$$

$$P_2 = 3000 \times 2 \times 10^6 / 500 = 12 \times 10^6 \text{ Pa} = 12.0 \text{ MPa}$$

(9 点)

2.

- (1) 解答例

- ・ 物体の持つ内部エネルギーを温度差なしにすべて仕事に変換する機械のこと.
- ・ 熱源から熱をとって, それを全部仕事に変換し, その他には何ら変化を残さないで継続して働く機関のこと.

熱力学第 2 法則は, 第 2 種永久機関が実現不可能であることを示している.

(仕事を 100% 熱に変換することは常に可能であるが, 逆に熱を継続的に 100% 仕事に変換することはできない)

(7 点)

$$(2) \quad W_{12} = \int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{p_1 v_1^n}{v^n} dv = \frac{p_1 v_1^n}{1-n} [v^{1-n}]_{v_1}^{v_2} = \frac{p_1 v_1^n}{n-1} (v_1^{1-n} - v_2^{1-n})$$

$$= \frac{1}{n-1} \left\{ \left(p_1 v_1 - p_1 \left(v_1/v_2 \right)^n \right) v_2 \right\} = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

(9 点)

(3) 熱力学第一則の基礎式は, $\delta q = du + p dv$ ①

定積比熱の定義式は, $c_v = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$ ②

与式 $du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$ と②式を①式に代入する.

$$\begin{aligned}\delta q &= \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv + p dv \\ &= c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv + p dv \\ &= c_v dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + p\right] dv\end{aligned}$$

. (9 点)

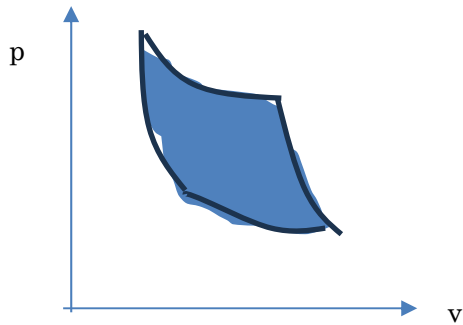
3.

(1) $Q_1 = mRT_1 \ln(V_2/V_1)$. (3 点)

(2) $Q_2 = mRT_2 \ln(V_3/V_4)$. (3 点)

(3) $W = Q_1 - Q_2$. (3 点)

(4)



作図 (4 点) 箇所 (3 点)

(5) $\eta_1 = 1 - T_2/T_1 = 1 - 360/600 = 0.4$. (3 点)

$\eta_2 = 1 - T_2/T_1 = 1 - 300/600 = 0.5$

$\eta_2 - \eta_1 = 0.5 - 0.4 = 0.1 = +10\%$.

± (3 点) 数値 (3 点)

4.

(1) ウ (10 点)

(2) ア $W = Q_H / \varepsilon_H = 36 \times 10^6 / (3600 \times 2) = 5000 \text{ J/s} = 5 \text{ kW}$. (3 点)

イ $W = Q_H - Q_L$ より, $Q_L = Q_H - W = 36 \text{ MJ/h} - 5000 \text{ J/s} = 36 - 18 = 18 \text{ MJ/h}$. (3 点)

ウ $36 \text{ MJ/h} = 10 \text{ kW}$ 、アよりヒートポンプ動力は 5 kW ,
よって, $(10 - 5)/10 \times 100 = 50\%$. (3 点)

(3) ① $Tds = du + pdv$. (2 点)

② $ds = c_v \times dT/T + R \times dv/v$. (2 点)

③ $s_2 - s_1 = c_v \times \ln(T_2/T_1) + R \times \ln(v_2/v_1)$. (2 点)

流体力学

科目	小問	出題意図
流体力学	1	静水力学に関する基礎知識を確認する. 加速度印加時の液面形状の導出方法に関する理解度を確認する.
	2	圧縮性流体一次元等エントロピー流れの理解力をみる.
	3	

解答例

1.

(1)

微小円柱 A に作用する力を考える．微小円柱 A の断面積を S_A とする．

紙面下向きの面に作用する圧力を p とすると，紙面上向きの面に作用する圧力は， $p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ となる．さらに円柱に作用する加速度 g による慣性力は $\rho S_A \Delta z g$ であるから，微小円柱 A に対する力の釣り合いの式は以下となる．

$$p S_A = \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \Delta z \right) S_A + \rho S_A \Delta z g$$

この式を整理して

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad \text{が得られる.}$$

微小円柱 B に対しての力の釣り合いの式は上記と同様に以下となる．

$$p S_B + \rho S_B \Delta r (r \omega^2) = \left(p + \frac{\partial p}{\partial r} \Delta r \right) S_B$$

この式を整理して，

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho r \omega^2 \quad \text{が得られる.}$$

(2)

$p(r, z)$ を全微分して $dp = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ が得られ，(1) で得られた結果を代入すると， $dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$ が得られる．

(3)

液面上では大気圧 p_a が一様に作用するため， $p = p_a = \text{一定}$ が成り立ち， $dp = 0$ となる．(2) で得られた結果から

$$dp = 0 = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$$

これを整理した以下の式が液面形状を表す微分方程式が得られる．

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2}{g} r$$

これを解くと

$$z = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} r^2 + C \quad \text{が得られ, 液面形状は回転放物面となる.}$$

2.

(1)

$p = C\rho^\gamma$ の両辺に対数を取り整理すると, $\ln p - \gamma \ln \rho = C'$ が得られる. この式の両辺を微分すると,

$$\frac{1}{p} dp - \gamma \frac{1}{\rho} d\rho = 0 \quad \text{が得られ, 整理すると } \frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{p}{\rho} \quad \text{が得られる.}$$

(2)

式(a)と理想気体の状態方程式 $\frac{p}{\rho} = RT$ から,

$$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma RT} \quad \text{が得られる.}$$

(3)

等温仮定の場合, $\frac{p}{\rho} = C'' = \text{一定}$ が成り立つ. この式を対数微分すると,

$$\frac{1}{p} dp - \frac{1}{\rho} d\rho = 0 \quad \text{が得られ, 整理すると } \frac{dp}{d\rho} = \frac{p}{\rho} \quad \text{が得られる. よって式(a)を用いる}$$

と音速の式は,

$$a_N = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \sqrt{RT} \quad \text{が得られる.}$$

(4)

比熱比は $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, ここで c_v は定積比熱, c_p は定圧比熱とする. ここでは理想気体

を扱っているため, マイヤーの式 $c_p - c_v = R$ が成り立つ. よって比熱比 γ は

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v} > 1 \quad \text{となり,}$$

$$a = \sqrt{\gamma RT} > \sqrt{RT} = a_N$$

材料力学

科目	小問	出題意図
材料力学	1	軸力(引張・圧縮)を受ける棒の不静定問題の理解力をみる.
	2	曲がりはりのひずみエネルギーとカスティリアノの定理を用いた変位解析の理解力をみる.
	3	

解答例

1.

(1) 図のように反力 R_A , R_B をとると、力のつり合いより、

$$R_A + P = R_B \quad \text{①}$$

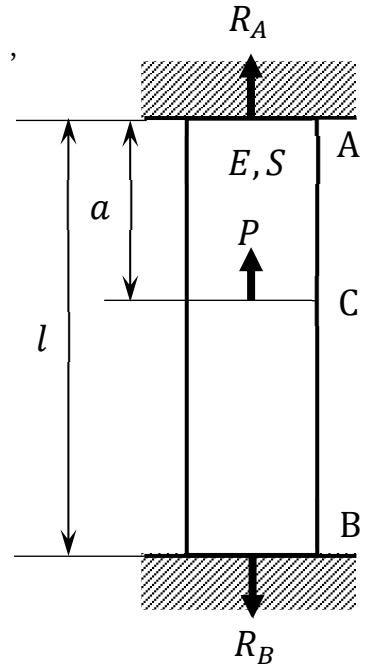
AC 部分伸び量と BC 部分の縮み量が等しいので、

$$\frac{R_A}{SE}a + \frac{R_B}{SE}(l-a) = 0 \quad \text{②}$$

式①, ②より、

$$R_A = -\frac{l-a}{l}P \quad \boxed{\text{答}}$$

$$R_B = \frac{a}{l}P \quad \boxed{\text{答}}$$



(2) 断面 C に荷重 P が作用する場合と断面 D に荷重 $2P$ が作用する場合の重ね合わせにより、反力 R_A , R_B を求める.

断面 D に荷重 $2P$ が作用する場合の反力 R_A , R_B は、

(1) の答で $a \rightarrow a+b$, $P \rightarrow -2P$ と置き換えて、

$$R_A = -\frac{l-a-b}{l} \times (-2P) = \frac{2(l-a-b)}{l}P$$

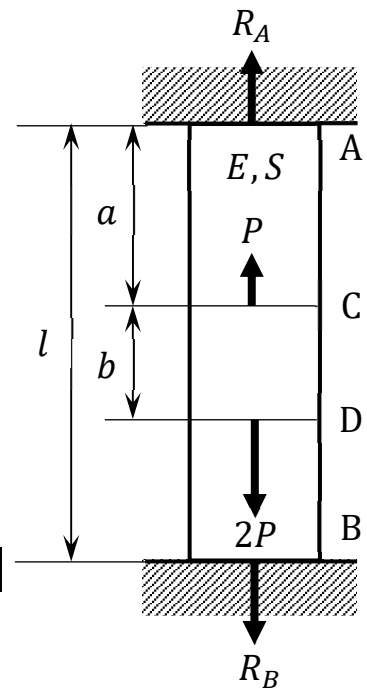
$$R_B = \frac{a+b}{l} \times (-2P) = -\frac{2(a+b)}{l}P$$

となる.

2つの荷重が同時に作用する場合には、

$$R_A = -\frac{l-a}{l}P + \frac{2(l-a-b)}{l}P = \frac{l-a-2b}{l}P \quad \boxed{\text{答}}$$

$$R_B = \frac{a}{l}P - \frac{2(a+b)}{l}P = -\frac{a+2b}{l}P \quad \boxed{\text{答}}$$



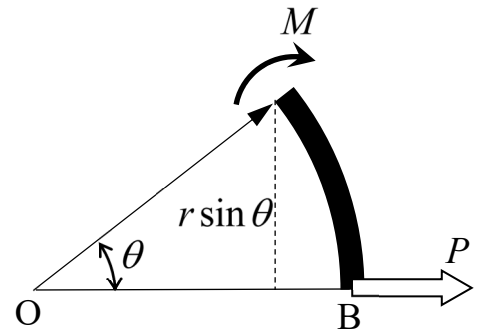
2.

(1) $ds = r d\theta \cdots \textcircled{1} \text{答}$

(2) 右図より, $M = P \cdot r \sin \theta \cdots \textcircled{2} \text{答}$

(3) はりに蓄えられるひずみエネルギー U は,

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2EI} \int_0^{\pi r} M^2 ds = \frac{1}{2EI} \int_0^{\pi} M^2 r d\theta = \frac{1}{2EI} \int_0^{\pi} P^2 r^2 \sin^2 \theta r d\theta \\ &= \frac{P^2 r^3}{2EI} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta = \frac{P^2 r^3}{2EI} \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{P^2 r^3}{4EI} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2\theta) d\theta \\ &= \frac{P^2 r^3}{4EI} \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{\pi} = \frac{\pi P^2 r^3}{4EI} \cdots \textcircled{3} \text{答} \end{aligned}$$



(4) B 点の水平方向変位はひずみエネルギー U を P で偏微分すれば求まる (カスティーリャノの定理)。よって, $\delta_H = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\pi P r^3}{2EI} \cdots \textcircled{4} \text{答}$

制御工学

科目	小問	出題意図
制御工学	1	伝達関数に関する基礎知識を確認する。
	2	運動方程式から、閉ループ系を構成し、特性方程式による安定性の理解力をみる。
	3	

解答例

1 .

(1)

$$\frac{O(s)}{I(s)} = \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{s}{s+1}} = \frac{1}{2s+1}$$

(2)

$$\begin{aligned} |G(j\omega)| &= \left| \frac{1}{1+j2\omega} \right| = \frac{1}{\sqrt{1+4\omega^2}} \\ \sqrt{37} \times |G(j3)| &= \sqrt{37} \times \frac{1}{\sqrt{1+4 \times 3^2}} = 1 \end{aligned}$$

2. (1) (a) 式をラプラス変換して

$$ms^2 H(s) = T(s) - D(s) - \frac{mg}{s}$$

$$\therefore H(s) = \frac{1}{ms^2} \left(T(s) - D(s) - \frac{mg}{s} \right)$$

(b) 式をラプラス変換して

$$(1 + \tau_E s) T(s) = K_E \Delta(s)$$

$$\therefore T(s) = \frac{K_E}{1 + \tau_E s} \Delta(s)$$

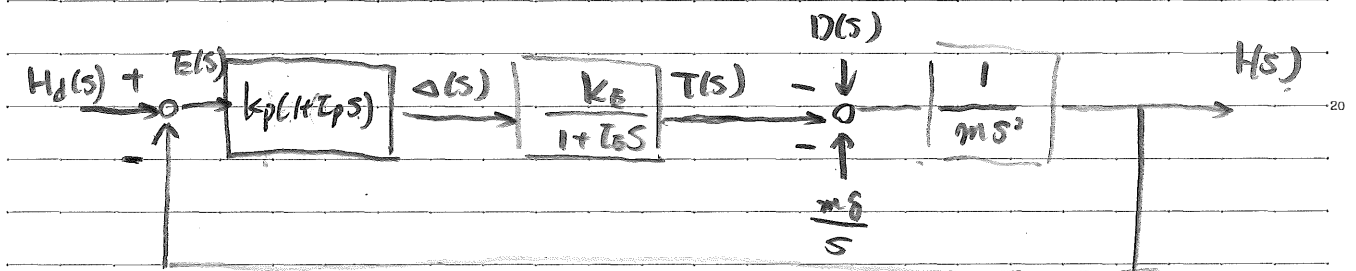
(c) 式をラプラス変換して

$$\Delta(s) = k_p (1 + \tau_p s) E(s)$$

$$E(s) = H_d(s) - H(s)$$

なお、 $H(t)$, $T(t)$, $d(t)$, $e(t)$, $\delta(t)$ のラプラス変換は、それぞれ $H(s)$, $T(s)$, $D(s)$, $E(s)$, $\Delta(s)$ として表すことができる。

(2) (1) の結果を用いるとブロック線図は



(3) (2) のブロック線図の特性方程式は

$$1 + k_p (1 + \tau_p s) \frac{K_E}{1 + \tau_E s} \cdot \frac{1}{ms^2} = 0$$

これを

$$m \tau_E s^3 + ms^2 + K_E k_p \tau_p s + k_p K_E = 0$$

フィルタの安定条件の導出

$$\begin{vmatrix} m & k_p k_E \\ m \tau_E & k_p k_E \tau_p \end{vmatrix} > 0$$

↓

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \tau_E & \tau_p \end{vmatrix} = \tau_p - \tau_E > 0$$

$$\therefore \tau_p > \tau_E$$

電氣回路

科目	小問	出題意図
電気回路	1	基礎的な知識をみる
	2	直流電気回路の理解力をみる
	3	交流電気回路の理解力をみる。 航空宇宙工学において、ブリッジ回路は航空機構造部材の応力を計測する歪ゲージや、ロケットエンジン推力計測用ロードセルなどで用いられている。その基礎的知識を問うために出題した。

解答例

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) 内部抵抗 $r [\Omega]$ の電圧計に $4r [\Omega]$ の抵抗を直列に接続したときの測定範囲の倍率を求めよ。

本問題は倍率器に関するものである。

倍率器の抵抗値を R_m とし、比率を n とすると

$$R_m = (n-1)r$$

これに $R_m = 4r$ をいれると $4r = (n-1)r$ なので 5 倍

- (2) 比誘電率 ϵ_r の媒質中に強さ $Q_1 [C]$, $Q_2 [C]$ の電荷を距離 $r [m]$ 離して置いたとき, 二つの磁極間に働く力 $F [N]$ を示せ。ここで真空中の誘電率は $\epsilon_0 [F/m]$ とする。

クーロンの法則より

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r}$$

- (3) 発振周波数 f の LC 発振回路において静電容量 C が 19% 減少した。このとき元の発振周波数 f に対して何% 増加または減少するか答えよ。

静電容量 C が 19% 減少したときの静電容量 $C' = 0.81C$

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L0.81C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.81}\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.81}} \times \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{f}{0.9} = 1.111 \times f$$

よって 11% 増加する

- (4) 図 1 は電源回路のブロック図である。A, B, C の名称を答えよ。

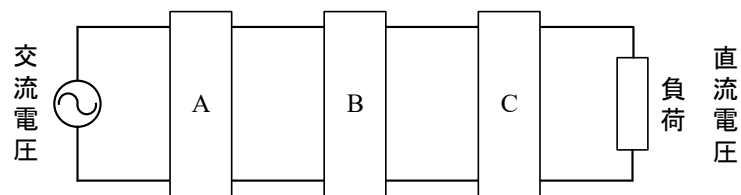


図 1

- A 変圧器、トランス
- B 整流器
- C 平滑回路

(5) 図2に示す演算増幅器を用いた回路において入力電圧 v_1 ，出力電圧 v_o ，抵抗 $R_1[\Omega]$ ， $R_2[\Omega]$ とする。このときの増幅度 A_v を答えよ。

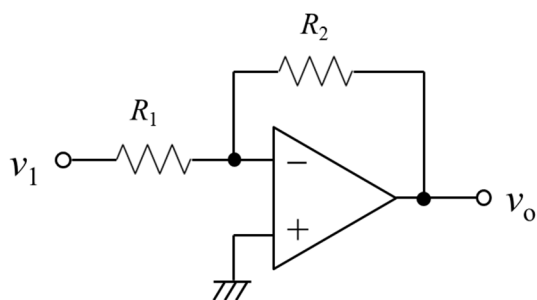
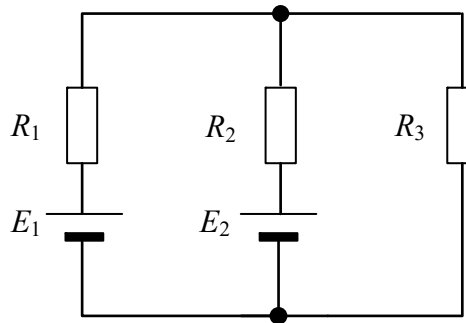


図 2

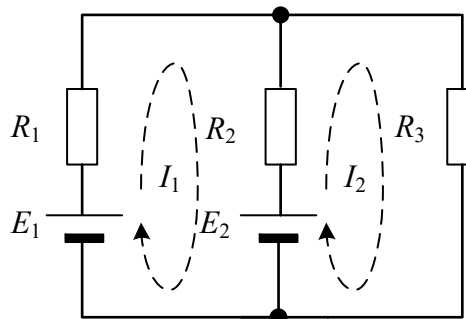
反転増幅器の増幅率 A_v は以下の通り

$$A_v = -\frac{R_2}{R_1}$$

2. 図のような抵抗 $R_1 = 4 \ \Omega$, $R_2 = 12 \ \Omega$, $R_3 = 9 \ \Omega$, 直流電源 $E_1 = 16 \text{ V}$, $E_2 = 24 \text{ V}$ からなる回路において, 抵抗 R_3 に流れる電流値を求めよ。



図



上図のように I_1, I_2 のループを考える。

I_1 のループでは

$$16 - 24 = 4I_1 + 12(I_1 - I_2)$$

$$-8 = 16I_1 + 12I_2$$

$$I_1 = \frac{12I_2 - 8}{16} = \frac{3I_2 - 2}{4} \quad (1)$$

I_2 のループでは

$$24 = 9I_2 + 12(I_2 - I_1)$$

$$24 = 9I_2 + 12(I_2 - I_1)$$

$$24 = -12I_1 + 21I_2 \quad (2)$$

式(2)に式(1)を代入すると

$$24 = -12 \times \frac{3I_2 - 2}{4} + 21I_2$$

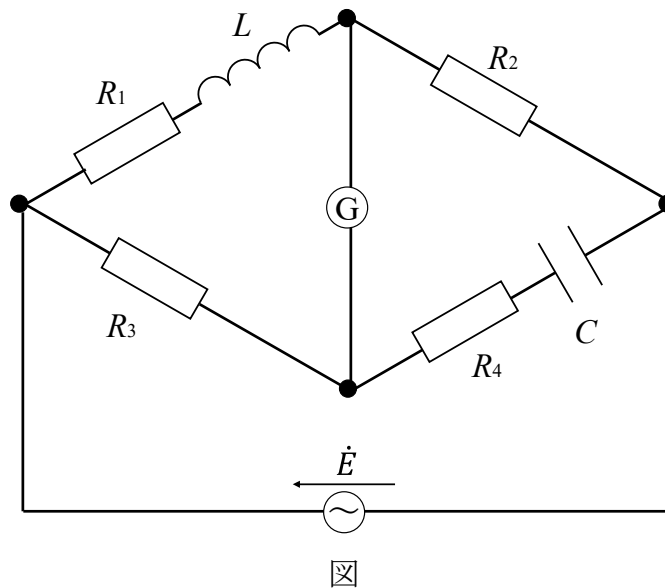
$$= -9I_2 + 6 + 21I_2$$

$$12I_2 = 18$$

$$I_2 = 1.5 \text{ [A]}$$

3. 図のような交流ブリッジ回路において、交流電源の電圧を $\dot{E}$ 、その角周波数を ω とする。 R_2 、 R_3 、 R_4 は既知の抵抗、 C は容量が既知のコンデンサであり、一方、インダクタンスが未知のコイル L と未知の抵抗 R_1 がある。交流検流器 G の指示がゼロとなりブリッジが平衡状態にあるとき、次の問いに答えよ。

- (1) コンデンサ C とコイル L のインピーダンスを虚数単位 j と角周波数 ω を用いて複素数表記であらわせ。
- (2) ブリッジの平衡条件を R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 および(1)で示した複素インピーダンスを用いてあらわせ。
- (3) (2)の平衡条件式において左辺右辺の実部と虚部が等しいことから、 R_1 および L をその他の既知の値を用いてあらわせ。



(1)

$$\dot{Z}_L = j\omega L$$

$$\dot{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

(2)

$$R_2 R_3 = (R_1 + j\omega L) \left(R_4 + \frac{1}{j\omega C} \right)$$

(3)

(2)式の右辺を展開して実部と虚部それぞれ整理すると

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 + \frac{L}{C} + j \left(\omega L R_4 - \frac{R_1}{\omega C} \right)$$

となる.

実部の左辺と右辺が等しいことから

$$\frac{L}{C} = R_2 R_3 - R_1 R_4$$

... ①

右辺虚部はゼロとなるので

$$L C R_4 \omega^2 = R_1$$

... ②

②を①に代入し R_1 を消去すると

$$L = \frac{C R_2 R_3}{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}$$

再度これを②に代入して

$$R_1 = \frac{\omega^2 C^2 R_2 R_3 R_4}{1 + \omega^2 C^2 R_4^2}$$

となる.