

2025年度4月入学試験<2025-2>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

一般入学試験問題

数 学

13:00～15:00

注意事項：

大問1～6のうち5問を選択して答えよ

問題用紙・草稿用紙・答案用紙は全て回収する。

試験後に持ち帰らないこと。

受験番号	
------	--

数 学

問1から6のうち、5問を選択して答えよ。

1. 以下の問いに答えよ。ただし ζ , ω , ω_n , p は定数で, $\omega_n > \zeta$ とする。

(1) 次の同次微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = 0$$

(2) 次の非同次微分方程式の特解を求めよ。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = p \sin \omega t$$

2. 次の関数 $f(x)$ をフーリエ級数展開せよ。

$$f(x) = x + \pi, \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

3. 次の連立一次方程式について、以下の問いに答えよ。

$$\begin{cases} 2x + 5y + 7z + 4w = 3 \\ x + 2y + 2z + 3w = b \\ 2x + 3y + z + 8w = 5 \\ x + y - z + 5w = a \end{cases}$$

(1) 拡大係数行列に行基本変形を行って $\begin{pmatrix} E & C & d_1 \\ O & O & d_2 \end{pmatrix}$ の形にせよ。ただし

E , C , O は行列で, E は単位行列, O は零行列を表す。 d_1 , d_2 は列ベクトルである。

(2) (1) の結果から、この連立一次方程式が解をもつように a と b の値を定めよ。

(3) この連立一次方程式を解け。

4. 次の複素関数 $f(z)$ について、以下の問いに答えよ。

$$f(z) = \frac{2z}{(z+1)^2(z^2+9)}$$

(1) 複素関数 $f(z)$ の各特異点における留数を求めよ。

(2) $\int_C f(z) dz$ を求めよ。ただし、 C は円 $|z|=2$ とする。

5. 以下の問いに答えよ。

(1) $\sin t$ のラプラス変換を求めよ。

(2) 関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ を $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ と表すとき、次式が成り立つことを証明せよ。

$$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{dF(s)}{ds}$$

(3) (1) 及び (2) の結果を用いて、次の定積分を求めよ。

$$\int_0^\infty e^{-3t} \cdot t \sin t dt$$

6. ベクトル場 $\mathbf{A}$ を以下のように定義する。

$$\mathbf{A} = \left(\frac{x}{r^2}, \frac{y}{r^2}, \frac{z}{r^2} \right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

(1) ベクトル $\mathbf{A}$ の発散 $\operatorname{div} \mathbf{A}$ を求めよ。

(2) 領域 $D: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ について、次の体積分を求めよ。

$$\iiint_D \operatorname{div} \mathbf{A} dV$$

2025年度4月入学試験<2025-2>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

一般入学試験問題

専門科目

9:00～11:30

注意事項：

大問1問につき答案用紙1枚で解答すること。

問題用紙・草稿用紙・答案用紙は全て回収する。

試験後に持ち帰らないこと。

工業力学，工業熱力学，流体力学，制御工学，電気回路の6科目から2科目を選択。選択した科目名の左欄に○印を記入してください。○印の数は2個までです。

	工業力学		工業熱力学		流体力学		材料力学
	制御工学		電気回路				

受験番号

工業力学

1. 以下の問いに答えよ。ただし計算過程を記すこと。

- (1) 図1のとおり、材質および厚さの一樣な円板に三角形の穴が空いている。
この物体の重心の座標を求めよ。
- (2) 図2において、点Bにはたらく大きさ F の $+z$ 方向の外力によって線分 CA のまわりに生ずるモーメントの大きさを求めよ。

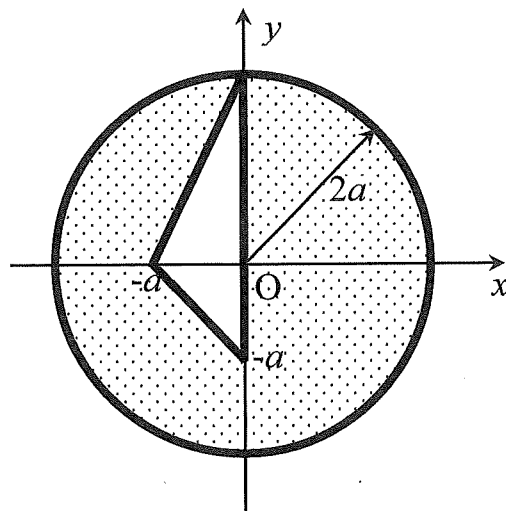


図1

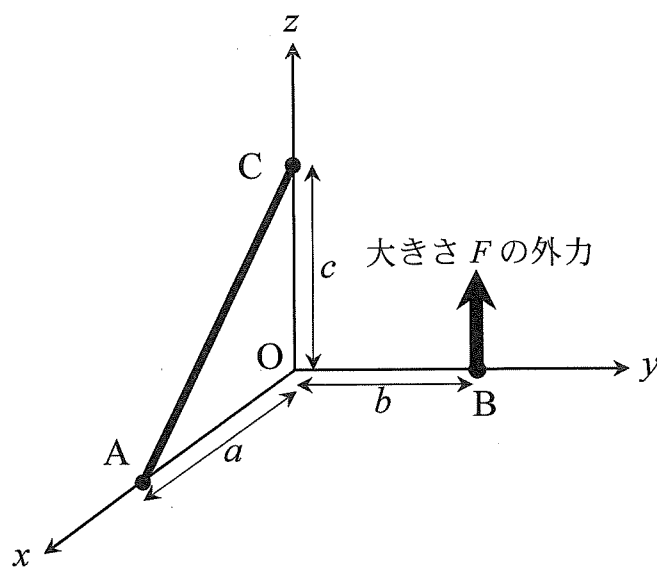
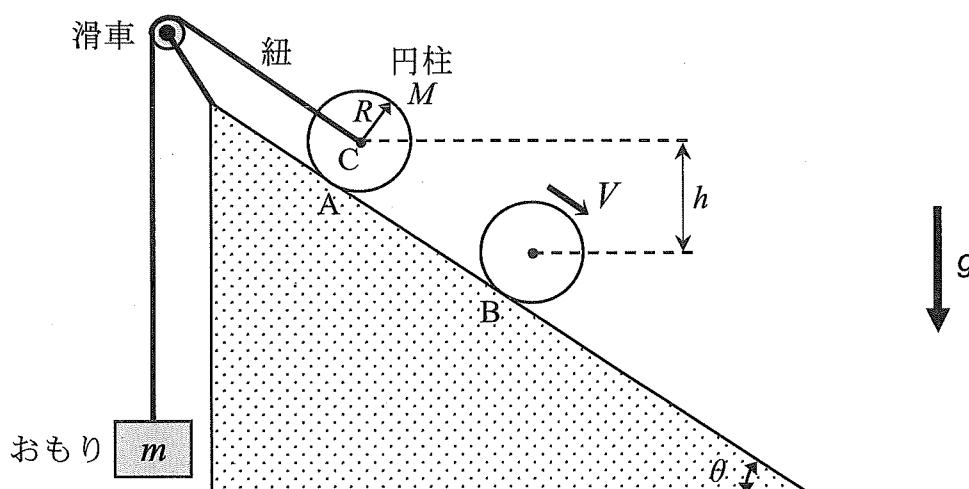


図2

2. 図に示すように、半径 R 、質量 M の一様な材質の円柱が傾斜角 θ の斜面上にある。円柱の中心軸 C には伸び縮みしない紐が繋がれており、紐の先には滑車を介して質量 m のおもりが吊されている。円柱を点 A で静かに離したところ、円柱は斜面上を滑ることなく転がり落ち、点 B において円柱の速さは V となった。点 A と点 B の高さの差は h である。摩擦力がはたらくのは円柱と斜面の間のみとする。また、斜面は動かない。この円柱の運動について以下の問いに答えよ。ただし、計算過程を記すこと。なお、重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 斜面から円柱にはたらく摩擦力の大きさを F とし、紐の張力の大きさを T とし、円柱の斜面に沿う並進の運動方程式を求めよ。なお、斜面に沿って下向きに x 軸をとること。
- (2) 円柱の中心軸 C 周りの慣性モーメントを I とし、円柱の回転角速度を ω とし、円柱の回転の運動方程式を求めよ。
- (3) おもりの上昇運動の運動方程式を求めよ。なお、鉛直上向きに y 軸をとること。
- (4) x , y , および ω の相互関係を考慮して、これら 3 つの運動方程式を解いて、円柱の並進加速度の大きさを g , I , m , M , R , θ で表せ。
- (5) 円柱の点 B における速さ V を、(4) の結果を用いて g , h , I , m , M , R , θ で表せ。
- (6) 円柱の中心軸 C 周りの慣性モーメント I を、 M , R を用いて表せ。



工業熱力学

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) ある系に対して、仕事を 300 kJ 、熱を 720 kJ 与えたところ、この系から外界に対して 50 kJ の放熱とともに 500 kJ の仕事を取り出すことができた。この過程で、この系の内部に蓄えられたエネルギーはいくらか。
- (2) 理想気体の二酸化炭素（分子量 44 ）を考える。定圧比熱が $0.880 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ と与えられるとき、定積比熱($\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)はいくらか。ただし、普遍気体定数は $8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ とする。
- (3) 1000 K の高温熱源が低温熱源に 5000 kJ の熱量を与える系を考える。低温熱源の温度が、(a) 250 K と (b) 500 K では、どちらの過程のほうが不可逆性が小さいか。また、その差(kJ/K)はいくらか。ただし、2つの熱源は恒温とし、伝熱部は温度がジャンプする仮定の透熱壁とする。また、系の境界を出入りする熱量がないもの（閉じた系）とする。

2. 以下の問いに答えよ。

- (1) ポリトロップ指数を n とするとき、ポリトロップ変化において圧力 p と比容積 v との間に成り立つ関係式を示せ。
- (2) ジュール・トムソン効果とはなにか、説明せよ。また、理想気体のジュール・トムソン係数はいくらか。
- (3) 圧力 p 、比容積 v 、気体の種類によって定まる気体定数 R 、温度 T の理想気体を考える。内部エネルギー u が温度 T のみの関数とみなせるとして、エンタルピー h が温度のみの関数となることを示せ。

3. 図はブレイトンサイクルの p - v 線図, T - s 線図である。理想気体の作動流体 1 kg 当たりの加熱量を q_H , 放熱量を q_L , 定圧比熱 c_p , 比熱比 γ , 状態 1 の圧力 p_1 , 温度 T_1 , 状態 2 の圧力 p_2 , 温度 T_2 , 状態 3 の圧力 p_3 , 温度 T_3 , 状態 4 の圧力 p_4 , 温度 T_4 としたとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) p - v 線図の状態 2 から状態 3 の過程 (2→3) は, T - s 線図のどの過程か, $X \rightarrow Y$ という形で表せ。
- (2) q_H を, 温度を用いて表せ。
- (3) 状態 1 から状態 2 の過程を, 温度と圧力を用いて表せ。
- (4) 状態 3 から状態 4 の過程を, 温度と圧力を用いて表せ。
- (5) 理論熱効率 η_{th} を, q_H と q_L を用いて表せ。
- (6) 理論熱効率 η_{th} を, 温度を用いて表せ。
- (7) 理論熱効率 η_{th} を, 圧力比 $R = p_2/p_1$ を用いて表せ。
- (8) このブレイトンサイクルの正味の仕事を, 温度を用いて表せ。
- (9) ガスタービンの熱効率を改善する方法として, 圧縮機において中間冷却し, タービンにおいて再熱を行う方法がある。この中間冷却と再熱の段数を増やしたサイクルの名称を答えよ。
- (10) (9) のサイクルの熱効率と同じ効率を有する別のサイクルの名称を答えよ。

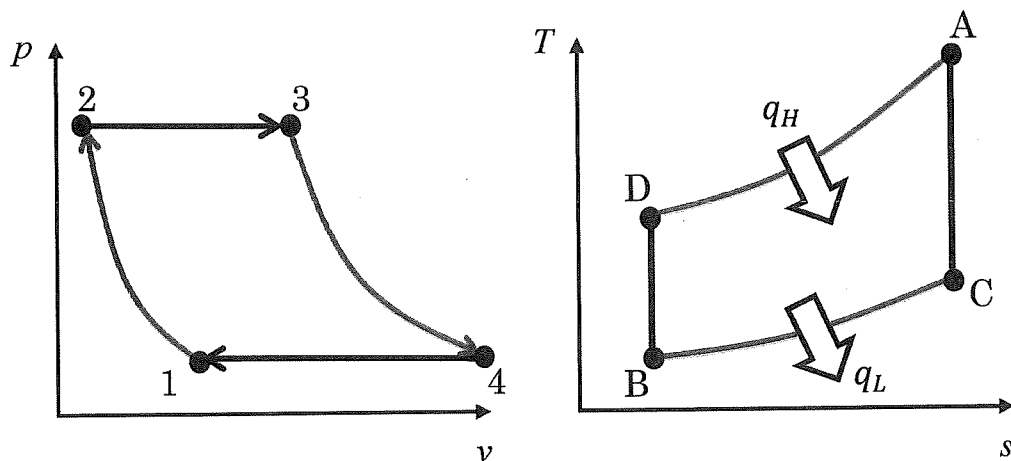


図 ブレイトンサイクルの p - v 線図, T - s 線図

流体力学

1. 図に示すように、重力場において液体の入った容器が進行方向と逆向きの加速度 α を受けた状態で移動しており、容器内の液体が定常状態となっている。以下の問いに答えよ。ここで容器の進行方向に x 座標、鉛直上向きに z 座標をとり、液体の密度を ρ 、重力加速度を g とする。また、液体内部の静圧を p とし、液体に作用する動圧および液面に作用する表面張力の影響は無視できるものとする。

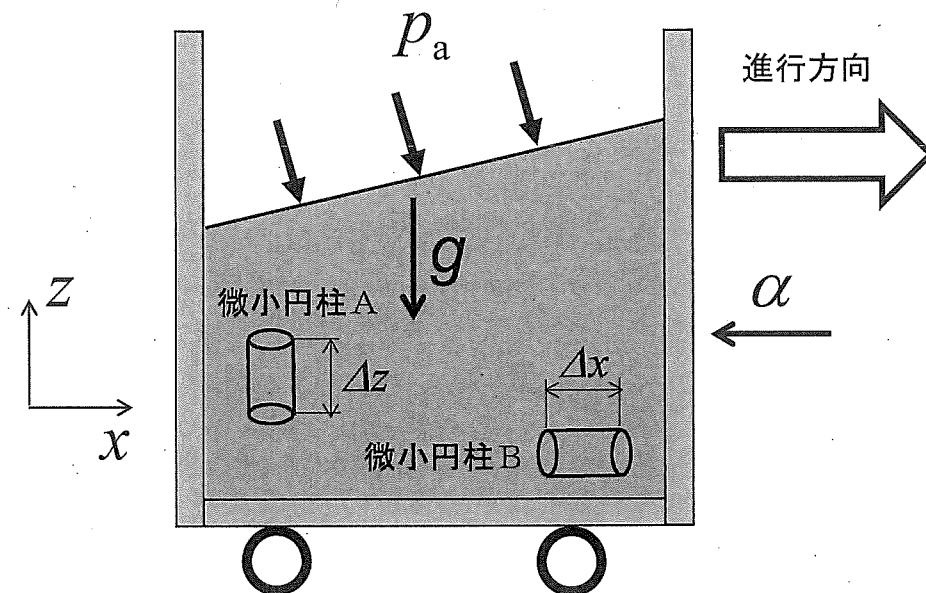
- (1) 図中の微小円柱 A, B に対して力の釣り合いの式を立てることにより、以下の式を導け。

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho \alpha$$

- (2) p は x および z の関数であるから $p(x, z)$ と表わされる。 p を全微分し、(1) で得られた式を考慮することにより以下の式を導け。

$$dp = \rho \alpha dx - \rho g dz$$

- (3) 液面上の圧力は大気圧 p_a となり、液面上に一様に作用する。このことから液面が直線形状となることを示せ。また液面の傾きを表す式を求めよ。



図

2. 内部がよどみ点状態にある大きなタンクに蓄えられた理想気体がノズルを通してエントロピーを保存した状態で排出される場合、以下の問いに答えよ。なお、位置エネルギーは無視できるものとする。

- (1) エネルギー保存則をタンク内部とノズル内の点に適用することにより、以下の式が成り立つことを示せ。ここで γ を比熱比、ノズル内の点における圧力を p 、密度を ρ 、流速を u とし、タンク内での値には添字 0 を付与する。

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2$$

- (2) 理想気体における音速 a の式 $a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ を用い、以下の式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{\gamma-1} a_0^2 = \frac{1}{\gamma-1} a^2 + \frac{1}{2} u^2$$

- (3) マッハ数 M の定義式 $M = \frac{u}{a}$ 、および $a = \sqrt{\gamma RT}$ を用いることにより以下の式が成り立つことを示せ。ここで R を気体定数、 T を絶対温度とする。

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

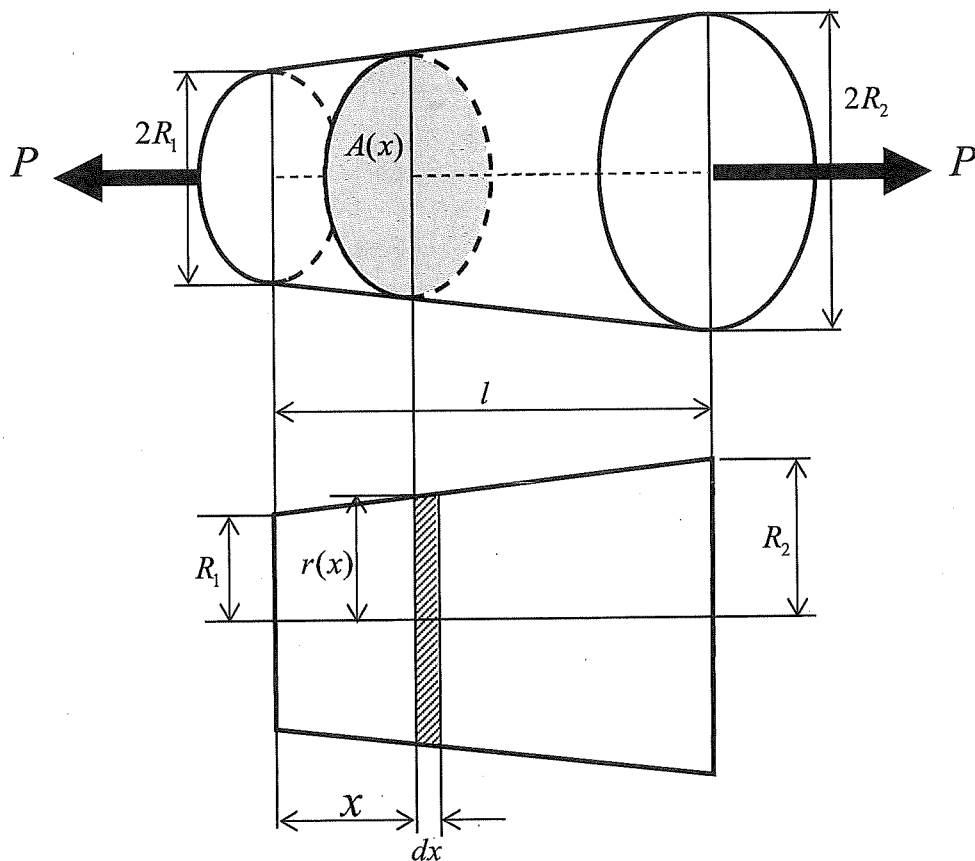
- (4) 等エントロピーの関係式 $\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{一定}$ を用い、以下の式が成り立つことを示せ。

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

材 料 力 学

1. 図のように、小さい方の半径 R_1 、大きい方の半径 R_2 、長さ l のテーパ付き丸棒が引張荷重 P を受けるとき、以下の問いに答えよ。ただし、この丸棒の縦弾性係数を E とする。

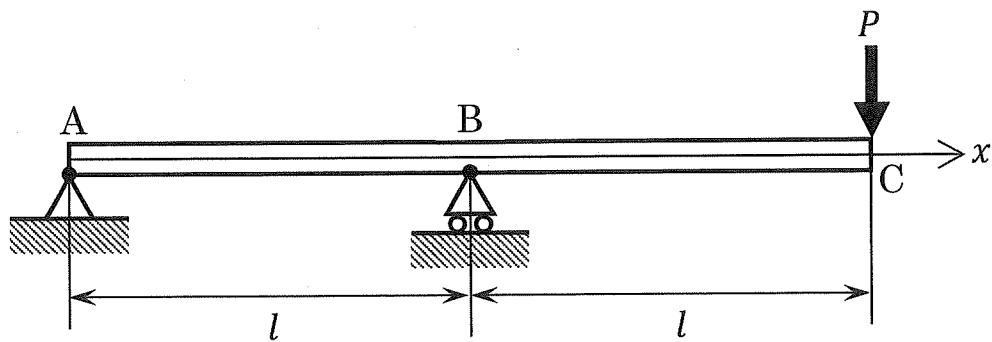
- (1) 小さい方の端面から距離 x だけ離れた箇所における半径を $r(x)$ とするととき、 $r(x)$ を x 、 l 、 R_1 、 R_2 を用いて表せ。
- (2) 距離 x における断面積を $A(x)$ とするととき、微小幅 dx 部分（図中ハッチング部分）の微小伸び $d\lambda$ を $A(x)$ 、 dx 、 E 、 P を用いて表せ。
- (3) 丸棒全体の伸び λ を l 、 R_1 、 R_2 、 E 、 P および円周率 π を用いて表せ。



図

2. 図のように、左端と中央が単純支持され、自由端に下向きの集中荷重 P を受ける長さ $2l$ の張出しはりについて、以下の問いに答えよ。ただし、はりの曲げ剛性を EI とし、はりの自重は無視できるものとする。

- (1) 支点 A, B においてはりに作用する反力 R_A , R_B を求めよ。
- (2) 支点 A から右向きに x 軸をとる。区間 AB, BC の任意の断面における曲げモーメントをそれぞれ M_1 , M_2 とするととき, M_1 , M_2 を求めよ。
- (3) 区間 AB, BC におけるはりのたわみ曲線をそれぞれ y_1 , y_2 とするととき, y_1 , y_2 を求めよ。
- (4) 上向きのたわみが最大値をとる位置とその最大値を求めよ。



図

制 御 工 学

1. 伝達関数 $G(s)$ が下式で表されるとき、以下の問いに答えよ。

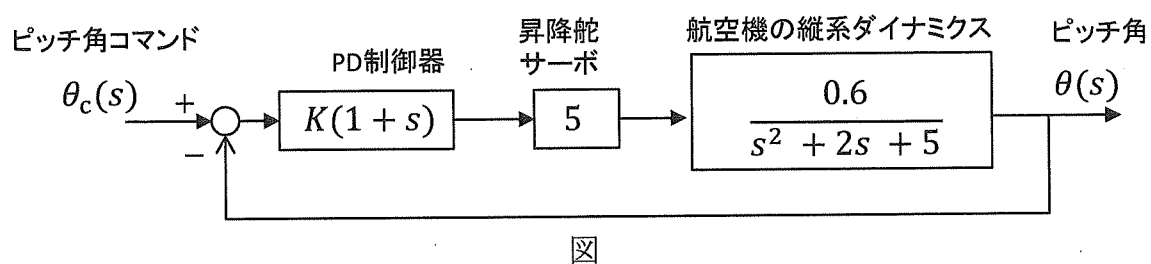
$$G(s) = \frac{1}{1 + Ts}$$

s : ラプラス変数 T : 時定数

- (1) $G(s)$ の周波数伝達関数 $G(j\omega)$ を求めよ。ただし、 j は虚数単位、 ω は角周波数である。
- (2) $G(j\omega)$ のゲイン g および位相 ϕ を求めよ。ただし、ゲイン g は周波数応答法の定義に基づきデシベル表示すること。
- (3) (2) で求めたゲイン g および位相 ϕ の特性について、 ωT を横軸とするグラフで表せ。ただし、横軸 ωT の範囲は $0.1 \sim 10$ とする。また、 $10\log 2 \doteq 3$ を用いてもよい。

2. 航空機の縦系ピッチ角制御系が下図のブロック線図で表されるとして、以下の問いに答えよ。

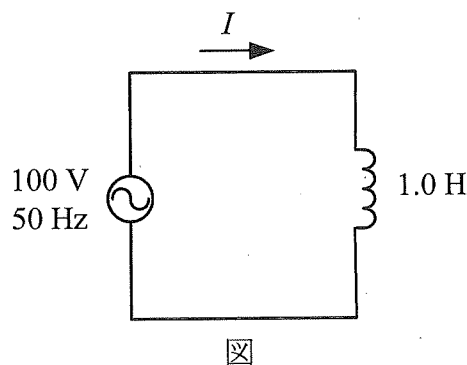
- (1) ピッチ角コマンド θ_c を入力、ピッチ角 θ を出力とする 1 入力 1 出力系の伝達関数 $G(s)$ を求めよ。
- (2) 本ピッチ角制御系が安定となる K の条件を求めよ。



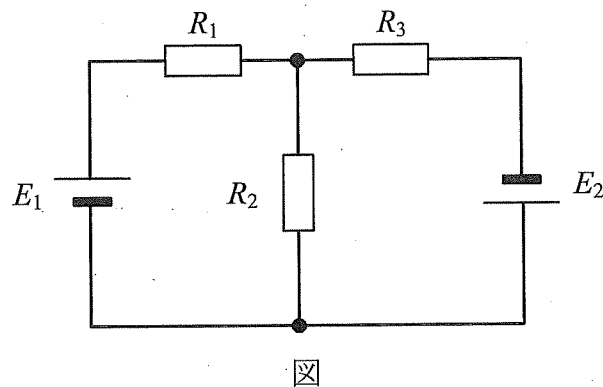
電 気 回 路

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) 断面積が一定の抵抗がある。長さが 3 倍，断面積が $1/2$ となった場合，元の抵抗値に対して抵抗が何倍になるか答えよ。
- (2) コンデンサのインピーダンスを数式で示し，周波数が増加するとインピーダンスがどのように変化するか述べよ。
- (3) 最大値が 100 V である正弦波交流の実効値を答えよ。
- (4) 図に示す回路に流れる電流 I を求めよ。
- (5) NPN 型のトランジスタの回路記号を書き，各端子の名称を答えよ。

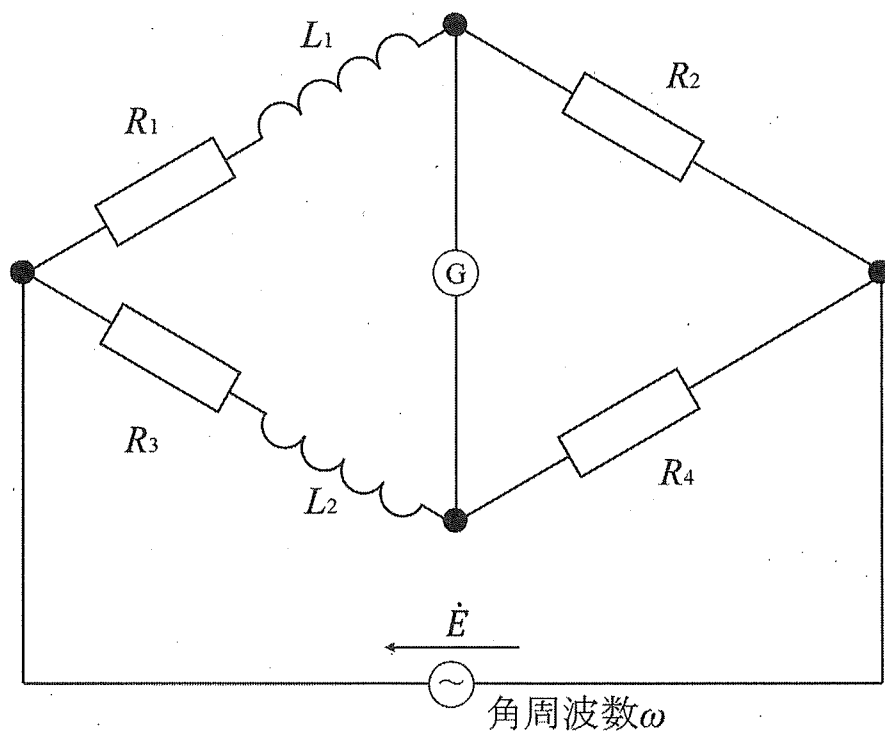


2. 図のような抵抗 $R_1 = 5\ \Omega$ ， $R_2 = 10\ \Omega$ ， $R_3 = 15\ \Omega$ ，直流電源 $E_1 = 5\text{ V}$ ， $E_2 = 15\text{ V}$ からなる回路において，各抵抗に流れる電流値を求めよ。



3. 図のような交流ブリッジ回路において、交流電源の電圧を $\dot{E}$ 、その角周波数を ω とする。抵抗 R_1, R_2, R_3, R_4 およびインダクタンスが L_1, L_2 のコイルがある。交流検流器 G の指示がゼロとなりブリッジが平衡状態にあるとき、次の問いに答えよ。

- (1) コイル L_1, L_2 のインピーダンスを虚数単位 j と角周波数 ω を用いて複素数であらわせ。
- (2) ブリッジの平衡条件を R_1, R_2, R_3, R_4 および(1)の複素インピーダンスを用いてあらわせ。
- (3) (2)の平衡条件において左辺右辺の実部と虚部が等しいことから、 R_1 および L_1 を R_2, R_3, R_4, L_2 を用いてあらわせ。



図

2025年度4月入学試験【第二次募集】

<2025-2>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

出題意図，解答例

数 学

科目	小問	出題意図
数学	1	理工学分野に登場する、線形同次、非同次微分方程式の解法能力をみている。
	2	フーリエ級数展開の基礎力、計算能力をみている
	3	線形代数のうち、行列に関する理解力、計算能力をみる
	4	複素関数論の理解力をみる
	5	ラプラス変換の理解力をみる
	6	ガウスの発散定理と体積分、多重積分の計算能力を評価している。

解答例

問題 1 1)

$$\lambda^2 + 2\zeta\lambda + \omega_n^2 = 0$$

$$\lambda = -\zeta \pm i\sqrt{\omega_n^2 - \zeta^2}$$

$$x = Ae^{-\zeta t} \sin\left(t\sqrt{\omega_n^2 - \zeta^2}\right) + Be^{-\zeta t} \cos\left(t\sqrt{\omega_n^2 - \zeta^2}\right)$$

2) 特解を $x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ と置く。

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t - B\omega \sin \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin \omega t - B\omega^2 \cos \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = p \sin \omega t$$

$$-A\omega^2 \sin \omega t - B\omega^2 \cos \omega t + 2A\zeta\omega \cos \omega t - 2B\zeta\omega \sin \omega t + A\omega_n^2 \sin \omega t + B\omega_n^2 \cos \omega t = p \sin \omega t$$

$$\left(-A\omega^2 - 2B\zeta\omega + A\omega_n^2\right) \sin \omega t + \left(-B\omega^2 + 2A\zeta\omega + B\omega_n^2\right) \cos \omega t = p \sin \omega t$$

$$\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)A - 2B\zeta\omega = p \quad A = \frac{p\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)}{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta^2\omega^2}$$

$$2A\zeta\omega + \left(\omega_n^2 - \omega^2\right)B = 0 \quad B = -\frac{p\zeta\omega}{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta^2\omega^2}$$

$$x = \frac{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right) \sin \omega t - 2\zeta\omega \cos \omega t}{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta^2\omega^2}$$

問題 2

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \cos nx \, dx \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \left(\frac{\sin nx}{n} \right)' \, dx \\
 &= \left[(\pi + x) \frac{\sin nx}{n\pi} \right]_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{n\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \, dx \\
 &= \frac{1}{n\pi} \left[\frac{\cos nx}{n} \right]_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{n\pi} \left[\frac{\cos nx}{n} \right]_0^{\pi} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \, dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \, dx = \frac{1}{\pi} \left[\pi x + \frac{x^2}{2} \right]_{-\pi}^{\pi} \\
 &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{3\pi^2}{2} + \frac{\pi^2}{2} \right] \\
 &= 2\pi
 \end{aligned}$$

$$f(x) = \pi + \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2(-1)^n}{n} \sin nx$$

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \sin nx \, dx \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi + x) \left(-\frac{\cos nx}{n} \right)' \, dx \\
 &= \left[-(\pi + x) \frac{\cos nx}{n\pi} \right]_{-\pi}^{\pi} + \frac{1}{n\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \, dx \\
 &= -\frac{2\pi \cos n\pi}{n\pi} + \frac{1}{n\pi} \left[\frac{\sin nx}{n} \right]_{-\pi}^{\pi} \\
 &= -\frac{2(-1)^n}{n}
 \end{aligned}$$

数学 3

(1) 拡大係数行列の行基本変形

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & b \\ 2 & 3 & 1 & 8 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & 5 & a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{①②} \text{ 交換}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & b \\ 2 & 5 & 7 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 8 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & 5 & a \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{②} - 2 \times \text{①} \\ \text{③} - \text{②} \\ \text{④} - \text{①} \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & b \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 3-2b \\ 0 & -2 & -6 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & a-b \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} \text{③} + 2 \times \text{②} \\ \text{④} + \text{②} \end{array}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & b \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 3-2b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8-4b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3+a-3b \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{①} - 2 \times \text{②}} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & 7 & 5b-6 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 3-2b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8-4b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3+a-3b \end{pmatrix} \rightarrow \text{// (1) の答.}$$

(2) 解を持つためには

$$\begin{cases} 8-4b = 0 \\ 3+a-3b = 0 \end{cases} \text{ かつ}$$

$$a = 3, \quad b = 2$$

 // (2) の答.

(3) $z = s, \quad w = t$ とおくと

$$\begin{cases} x - 4s + 7t = 4 \\ y + 3s - 2t = -1 \end{cases} \text{ かつ}$$

$$\begin{cases} x = 4s - 7t + 4 \\ y = -3s + 2t - 1 \\ z = s \\ w = t \end{cases} \quad (s, t \text{ は任意})$$

 // (3) の答

数学 4

$$(1) f(z) = \frac{2z}{(z+1)^2(z^2+9)}$$

特異点は $z = -1$ ($f(z)$ の 2 位の極)

$z = \pm 3i$ ($f(z)$ の 1 位の極)

$$\begin{aligned} \text{Res}[f, 3i] &= \lim_{z \rightarrow 3i} (z-3i)f(z) = \lim_{z \rightarrow 3i} \frac{2z}{(z+1)^2(z+3i)} \\ &= \frac{6i}{6i \cdot (-8+6i)} = \frac{-4-3i}{50} \quad \left(\frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Res}[f, -3i] &= \lim_{z \rightarrow -3i} (z+3i)f(z) = \lim_{z \rightarrow -3i} \frac{2z}{(z+1)^2(z-3i)} \\ &= \frac{-6i}{-6i \cdot (-8-6i)} = \frac{-4+3i}{50} \quad \left(\frac{5\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Res}[f, -1] &= \lim_{z \rightarrow -1} \frac{d}{dz} [(z+1)^2 f(z)] = \lim_{z \rightarrow -1} \frac{d}{dz} \frac{2z}{z^2+9} \\ &= \lim_{z \rightarrow -1} \frac{2(z^2+9) - 4z^2}{(z^2+9)^2} = \frac{4}{25} \quad \left(\frac{4\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

(2) 極のうち、円 C の内部にあるのは $z = -1$ のみである。

留数定理により

$$\int_C f(z) dz = 2\pi i \cdot \text{Res}[f, -1] = \frac{8\pi i}{25} \quad \left(\frac{4\pi}{6}\right)$$

数学 5

(1) ラプラス変換の定義より

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[\sin t] &= \int_0^{\infty} e^{-st} \sin t \, dt \\&= \left[-\frac{1}{s} e^{-st} \cdot \sin t \right]_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \cos t \, dt \\&= 0 + \frac{1}{s} \left\{ \left[-\frac{1}{s} e^{-st} \cdot \cos t \right]_0^{\infty} - \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \sin t \, dt \right\} \\&= \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2} \int_0^{\infty} e^{-st} \sin t \, dt\end{aligned}$$

$$\therefore \left(1 + \frac{1}{s^2}\right) \int_0^{\infty} e^{-st} \sin t \, dt = \frac{1}{s^2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \sin t \, dt = \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{1}{s^2}} = \frac{1}{s^2 + 1} \quad \left(\frac{1}{s^2}\right)$$

$$(2) F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) \, dt$$

$$\begin{aligned}\frac{dF(s)}{ds} &= \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial s} (e^{-st} f(t)) \, dt \\&= - \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot t f(t) \, dt = -\mathcal{L}[t f(t)]\end{aligned}$$

$$\therefore \mathcal{L}[t f(t)] = - \frac{dF(s)}{ds}$$

$$(3) \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot t \sin t \, dt$$

$$f(t) = \sin t \text{ とする,}$$

$$\text{よって } \mathcal{L}[t f(t)] \Big|_{s=3} \text{ と表す。}$$

$$(1) \text{より } F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s^2 + 1} \text{ であるから,}$$

(2) の結果より

$$\mathcal{L}[t f(t)] \Big|_{s=3} = - \frac{dF(s)}{ds} \Big|_{s=3} = \frac{2s}{(s^2 + 1)^2} \Big|_{s=3} = \frac{3}{50} \quad \left(\frac{1}{s^2}\right)$$

問題 6 (1)

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_x}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{x^2 + y^2 + z^2} \right) & \text{この式より} & \quad \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ &= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 2x^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} & & \quad = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} \\ &= \frac{-x^2 + y^2 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} & & \quad = \frac{1}{r^2}\end{aligned}$$

問題 6 (2)

$\text{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}$ より、領域 $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ について、極座標で体積分を計算する。

$$\begin{aligned}\iiint_V \text{div} \mathbf{A} \, dV &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^a r^2 \sin \theta \frac{1}{r^2} \, dr \, d\theta \, d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \int_0^a dr \\ &= 2\pi a [-\cos \theta]_0^\pi \\ &= 4\pi a\end{aligned}$$

2025年度4月入学試験【第二次募集】

<2025-2>

室蘭工業大学大学院工学研究科

博士前期課程 生産システム工学系専攻

航空宇宙総合工学コース

出題意図・解答例

専 門 科 目

工業力学

科目	小問	出題意図
工業力学	大問 1	大学学部の「工業力学」における最重要の学修テーマの一つに「剛体の回転運動」がある。ここでは、物体の重心がどこにあるかを理解することと、所与の回転軸まわりに外力モーメントの大きさを評価できることが肝要である。そこで、各小問においてこれらを問うている。
	(1)	簡単な幾何形状の組み合わせからなる物体について、重心位置を求めることができるかどうかを見ている。
	(2)	所与の外力によって所与の回転軸まわりに生ずるモーメントの大きさを評価できるかどうかを見ている。
	大問 2	大学学部の「工業力学」における最重要の学修テーマの一つに「剛体の回転運動」がある。そこで、斜面上を摩擦力と重力によって転がり落ちる円柱の回転運動を、その重心の運動と連立させて解くこととしている。
	(1)	重心の並進運動について運動方程式を立式できるかどうかを見ている。
	(2)	剛体の回転の運動方程式を立式できるかどうかを見ている。
	(3)	重心の並進運動について運動方程式を立式できるかどうかを見ている。
	(4)	3つの運動方程式を連立的に解くことができるかどうかを見ている。
	(5)	等加速度運動における変位と終端速度の関係を理解しているかどうかを見ている。
	(6)	単純幾何形状の物体の慣性モーメントを計算できるかどうかを見ている。

解答例

1.

(1) 穴の部分は、負の面積の物体が重なっているものとして扱う。円板の面積は

$4\pi a^2$ 、重心は(0,0)、三角形の面積は $\frac{3a^2}{2}$ 、重心の座標は $(-\frac{a}{3}, \frac{a}{3})$ であるから、面

密度を ρ として、

$$x_{CG} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{\sum \rho S_i x_i}{\sum \rho S_i} = \frac{\sum S_i x_i}{\sum S_i} = \frac{4\pi a^2 \cdot 0 + \left(-\frac{3a^2}{2}\right) \cdot \left(-\frac{a}{3}\right)}{4\pi a^2 + \left(-\frac{3a^2}{2}\right)} = \frac{\frac{a^3}{2}}{\left(4\pi - \frac{3}{2}\right)a^2} = \frac{a}{8\pi - 3}$$

$$y_{CG} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{\sum \rho S_i y_i}{\sum \rho S_i} = \frac{\sum S_i y_i}{\sum S_i} = \frac{4\pi a^2 \cdot 0 + \left(-\frac{3a^2}{2}\right) \cdot \frac{a}{3}}{4\pi a^2 + \left(-\frac{3a^2}{2}\right)} = -\frac{\frac{a^3}{2}}{\left(4\pi - \frac{3}{2}\right)a^2} = -\frac{a}{8\pi - 3}$$

(2) 外力ベクトルは $\vec{F} = (0,0,F)$ 。 $\vec{CB} = (0,b,-c)$ 。よってこの外力が点 C まわりに作るモーメント $\vec{M}_C$ は、

$$\begin{aligned}\vec{M}_C &= \vec{CB} \times \vec{F} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & b & -c \\ 0 & 0 & F \end{pmatrix} \\ &= \vec{i}(b \cdot F - (-c) \cdot 0) + \vec{j}(-c \cdot 0 - 0 \cdot F) + \vec{k}(0 \cdot 0 - b \cdot 0) = bF\vec{i} \\ &= (bF, 0, 0)\end{aligned}$$

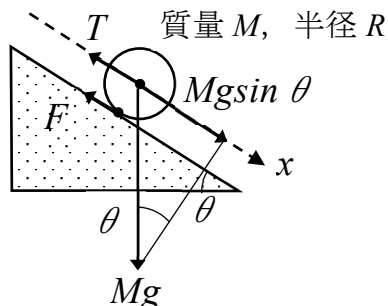
次に、 $\vec{CA} = (a, 0, -c)$ 。モーメント $\vec{M}_C$ の CA 方向成分 M_{CA} は、

$$M_{CA} = \vec{M}_C \cdot \frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|} = (bF, 0, 0) \cdot \frac{(a, 0, -c)}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{abF}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

2.

(1) 斜面に平行に下向きに x 軸をとると、円柱の x 軸方向の運動方程式は、

$$M\ddot{x} = Mg\sin\theta - T - F \quad \dots\dots\dots ①$$



(2) 円柱の回転の運動方程式は

$$I\dot{\omega} = RF \quad \dots\dots\dots ②$$

(3) おもりの上昇運動の運動方程式は

$$m\ddot{y} = T - mg \quad \dots\dots\dots ③$$

(4) 円柱が斜面を滑ることなく転がる場合、 $\ddot{x} = R\dot{\omega}$ が成り立つ。また、 $\ddot{y} = \ddot{x}$ である。したがって、

$$\dot{\omega} = \frac{\ddot{x}}{R}, \quad \ddot{y} = \ddot{x} \quad \dots\dots\dots ④$$

① ②③④を連立させて解くと、

$$\ddot{x} = \frac{gR^2}{I + (M + m)R^2}(M\sin\theta - m)$$

(5) 等加速度運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2as$ を用いて、

$$V^2 = 2 \frac{gR^2}{I + (M + m)R^2}(M\sin\theta - m) \cdot \frac{h}{\sin\theta}$$

よって

$$V = \sqrt{\frac{2ghR^2}{I + (M + m)R^2} \left(M - \frac{m}{\sin\theta} \right)}$$

(6) 半径 r 、壁厚 dr の微小壁厚円筒を考えると、その中心軸まわりの慣性モーメント dI は、円筒長さを l 、材料密度を ρ として、

$$dI = r^2 dm = r^2 \rho dv = r^2 \rho \cdot 2\pi r dr l = 2\pi l r^3 dr$$

そこで、半径 R の一様円柱の、その中心軸まわりの慣性モーメント I は、

$$I = \int_0^R dI = \int_0^R 2\pi l \rho r^3 dr = 2\pi l \rho \frac{R^4}{4} = \frac{\pi \rho l R^4}{2}$$

一方、この円柱の質量 M は、 $M = \pi R^2 l \rho$ であるから、 $I = \frac{MR^2}{2}$

工業熱力学

科目	小問	出題意図
工業熱力学	1	内部エネルギー, 比熱, 可逆過程・不可逆過程の概念など, 熱力学の基礎の理解力をみる.
	2	ボイルローブ過程, ジュール・トムソン効果, 状態方程式, エンタルピーの概念など, 熱力学の基礎の理解力をみる.
	3	ブレイトンサイクルの理解力をみる.

解答例

1.

- (1) 内部エネルギーの変化量は、外界とやり取りした熱と仕事の変化量の総和に等しいので、

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = (720-50) - (500-300) = 470 \text{ [kJ]}$$

が内部に蓄えられたエネルギーである。 (8 点)

- (2) 二酸化炭素の分子量は 44.

$$\text{定積比熱 } C_v = R - C_p \text{ より, } C_v = 0.880 - (8.314 \times 10^{-3} / 0.044) = 0.691 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \quad (8 \text{ 点})$$

- (3) この過程は有限温度差による伝熱（不可逆）である．一方で、2つのそれぞれの熱源は恒温であり、内部可逆（エントロピー生成はなし）である．エントロピー生成は温度がジャンプする透熱壁で生じる．よって、それぞれの熱源のエントロピー変化は可逆過程で求めればよい．

(a)の場合、

$$\text{高温熱源エントロピー変化 } \Delta S_H = -Q/T_H = -(5000 \text{ kJ} / 1000 \text{ K}) = -5 \text{ kJ/K}$$

$$\text{低温熱源エントロピー変化 } \Delta S_L = Q/T_L = 5000 \text{ kJ} / 250 \text{ K} = 20 \text{ kJ/K}$$

系全体の不可逆過程のエントロピー生成量は、

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_H + \Delta S_L = -5 + 20 = 15 \text{ kJ/K}$$

(b)の場合、同様に

$$\Delta S_H = -Q/T_H = -(5000 \text{ kJ} / 1000 \text{ K}) = -5 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_L = Q/T_L = 5000 \text{ kJ} / 500 \text{ K} = 10 \text{ kJ/K}$$

系全体の不可逆過程のエントロピー生成量は、

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_H + \Delta S_L = -5 + 10 = 5 \text{ kJ/K}$$

よって、(b)500K、熱源の温度差が小さいほうが不可逆性が小さい。 (4 点)

その差は、 $15-5=10 \text{ kJ/K}$ (5 点)

2.

- (1) $pv^n = \text{一定}$ (8 点)

- (2) (例) 気体の絞り現象において速度が低く運動エネルギーが無視できる場合、エントロピーは一定とみなせるが、圧力の降下にもない一般に温度変化が生じること。

(別の例) 理想気体の絞り過程では、その前後の温度は不変であるが、実在気体では一般に絞り過程の前後で温度は変化すること。 (5 点)

理想気体のジュール・トムソン係数 μ は 0。 (3 点)

- (3) 状態方程式より $pv = RT$ であり、エントルピーに関する式 $h = u + pv$ から $h = u + RT$ となる．題意より $u = u(T)$ とみなせるから、 $h = u(T) + RT$ となり、温度だけの関数である。 (9 点)

3.

(1) $D \rightarrow A$. (5 点)

(2) $q_H = c_p(T_3 - T_2)$. (5 点)

(3) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. (5 点)

(4) $\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. (5 点)

(5) $\eta_{th} = 1 - \frac{q_L}{q_H}$. (5 点)

(6) $\eta_{th} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$. (5 点)

(7) $\eta_{th} = 1 - \frac{1}{R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$. (5 点)

(8) 膨張仕事 = $c_p(T_3 - T_4)$

圧縮仕事 = $c_p(T_2 - T_1)$

正味仕事 = 膨張仕事 - 圧縮仕事 = $c_p\{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)\}$. (5 点)

(9) エリクソンサイクル (5 点)

(10) スターリングサイクル, カルノーサイクル (5 点)

流体力学

科目	小問	出題意図
流体力学	1	静水力学に関する基礎知識を確認する. 加速度印加時の液面形状の導出方法に関する理解度を確認する.
	2	圧縮性流体一次元等エントロピー流れの理解力をみる.
	3	

解答例

1.

(1)

微小円柱 A に作用する力を考える．微小円柱 A の断面積を S_A とする．

紙面下向きの面に作用する圧力を p とすると，紙面上向きの面に作用する圧力は， $p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ となる．さらに円柱に作用する加速度 g による慣性力は $\rho S_A \Delta z g$ であるから，微小円柱 A に対する力の釣り合いの式は以下となる．

$$p S_A = \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \Delta z \right) S_A + \rho S_A \Delta z g$$

この式を整理して

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad \text{が得られる.}$$

微小円柱 B に対しての力の釣り合いの式は上記と同様に以下となる．

$$p S_B = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \right) S_B - \rho S_B \Delta x \alpha$$

この式を整理して，

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \alpha \quad \text{が得られる.}$$

(2)

$p(x, z)$ を全微分して $dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial z} dz$ が得られ，(1) で得られた結果を代入すると， $dp = \rho \alpha dx - \rho g dz$ が得られる．

(3)

液面上では大気圧 p_a が一様に作用するため， $p = p_a = \text{一定}$ が成り立ち， $dp = 0$ となる．(2) で得られた結果から

$$dp = 0 = \rho \alpha dx - \rho g dz$$

これを整理すると以下の式が液面形状を表す微分方程式が得られる．

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\alpha}{g} = \text{一定}$$

液面の勾配が一定なので、液面は直線形状になる。

2.

(1)

エネルギー保存則は $h + \frac{1}{2}u^2 = \text{一定}$, h : 比エンタルピー となる. $dh = C_p dT$, および理想気体では $C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1}R$, R : 気体定数 が成り立つため, エネルギー保存則は $\frac{\gamma}{\gamma-1}RT + \frac{1}{2}u^2 = \text{一定}$ となる. 理想気体の状態方程式より $\frac{p}{\rho} = RT$ が成り立つので, エネルギー保存則は, $\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 = \text{一定}$ となる.

タンク内部とノズル内の点においてエネルギー保存則を適用する. タンク内部はよどみ点の状態であるため, $u=0$ を考慮し, $\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_0}{\rho_0}$ が得られる.

(2)

$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ より $a^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$ が得られ, これを考慮すると (1) で示したエネルギー保存則は,

$$\frac{1}{\gamma-1}\gamma \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 = \frac{1}{\gamma-1}\gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$

$$\frac{1}{\gamma-1}a^2 + \frac{1}{2}u^2 = \frac{1}{\gamma-1}a_0^2$$

となる.

(3)

(2) で得られた式より, $\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\left(\frac{u}{a}\right)^2 = \frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{a_0}{a}\right)^2$ が得られ,

$$\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{\gamma RT_0}{\gamma RT} = \frac{T_0}{T} \quad \text{および} \quad M = \frac{u}{a} \quad \text{より} \quad \frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{2}M^2 = \frac{1}{\gamma-1}\frac{T_0}{T} \quad . \quad \text{これを変}$$

形して $\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2$ が得られる.

(4)

エントロピーの関係式 $\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{一定}$ と理想気体の状態方程式 $\frac{p}{\rho} = RT$ より,

$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{\rho T}{\rho^\gamma} = \frac{T}{\rho^{\frac{1}{\gamma-1}}} = \text{一定}, \quad \frac{\rho}{T^{\frac{1}{\gamma-1}}} = \text{一定}$ が得られ, (3) で求めた式を用いて

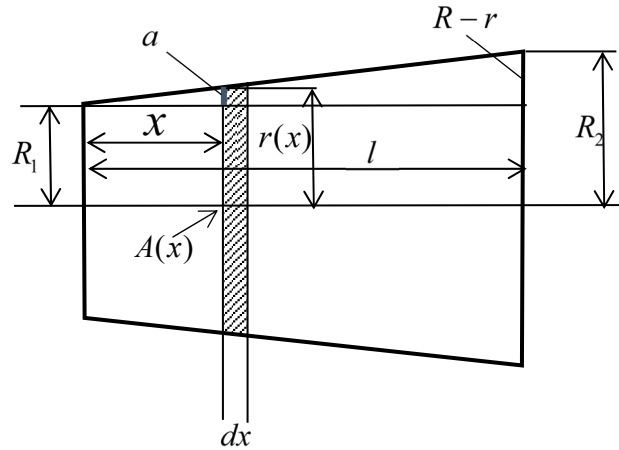
$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ が得られる.

材料力学

科目	小問	出題意図
材料力学	1	断面積が変化する引張を受ける棒の変形量の求め方に関する理解力をみる.
	2	単純支持梁に作用する曲げモーメント, およびたわみの求め方に関する理解力をみる.
	3	

解答例

1.



(1) 三角形の相似より, $a : R_2 - R_1 = x : l \Rightarrow a = \frac{R_2 - R_1}{l} x \dots(1)$

よって, $r(x) = R_1 + a = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{l} x \dots(2)$ 答

(2) 断面積 $A(x)$, 長さ dx の部分に引張荷重 P が作用するときの伸びを求めればよいので,

$$d\lambda = \frac{Pdx}{EA(x)} \dots(3)$$
 答

(3) 断面積 $A(x) = \pi \{r(x)\}^2 = \pi \left(R_1 + \frac{R_2 - R_1}{l} x \right)^2 \dots(4)$

棒全体の伸びは微小部分の伸び(3)式を棒全体にわたって積分すれば求まる。よって,

$$\begin{aligned} \lambda &= \int_0^l \frac{P}{EA(x)} dx = \int_0^l \frac{P}{E\pi \left(R_1 + \frac{R_2 - R_1}{l} x \right)^2} dx = \frac{P}{\pi E} \int_0^l \frac{l^2}{\{R_1 l + (R_2 - R_1)x\}^2} dx \\ &= \frac{Pl^2}{\pi E} \int_0^l \{R_1 l + (R_2 - R_1)x\}^{-2} dx \\ &= \frac{Pl^2}{\pi E} \left[-\{R_1 l + (R_2 - R_1)x\}^{-1} \times \frac{1}{R_2 - R_1} \right]_0^l = \frac{Pl^2}{\pi E(R_1 - R_2)} \left[\frac{1}{R_1 l + (R_2 - R_1)x} \right]_0^l \\ &= \frac{Pl^2}{\pi E(R_1 - R_2)} \left(\frac{1}{R_2 l} - \frac{1}{R_1 l} \right) = \frac{Pl^2}{\pi E(R_1 - R_2)} \cdot \frac{R_1 - R_2}{R_2 R_1 l} = \frac{Pl}{\pi E R_1 R_2} \dots(5)$$
 答

2.

(1) 力のつり合いと点 A 周りのモーメントのつり合いより,

$$R_A + R_B = P, \quad 2Pl - R_B l = 0$$
$$\therefore R_A = -P \quad \boxed{\text{答}}, \quad R_B = 2P \quad \boxed{\text{答}}$$

(2) 区間 AB におけるモーメントは,

$$0 \leq x \leq l: \quad M_1 = R_A x = -Px \quad \boxed{\text{答}}$$

区間 BC におけるモーメントは,

$$l \leq x \leq 2l: \quad M_2 = -Px + R_B(x - l) = Px - 2Pl \quad \boxed{\text{答}}$$

(3) 点 A における境界条件は,

$$x = 0: \quad y_1 = 0 \cdots (1)$$

点 B における境界条件は,

$$x = l: \quad y_1 = 0 \cdots (2), \quad y_2 = 0 \cdots (3), \quad \frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx} \cdots (4)$$

区間 AB におけるたわみの微分方程式は,

$$EI \frac{d^2 y_1}{dx^2} = -M_1 = Px$$

$$\therefore \frac{dy_1}{dx} = \frac{P}{2EI} x^2 + C_1$$

$$\therefore y_1 = \frac{P}{6EI} x^3 + C_1 x + C_2$$

区間 BC におけるたわみの微分方程式は,

$$EI \frac{d^2 y_2}{dx^2} = -M_2 = -Px + 2Pl$$

$$\therefore \frac{dy_2}{dx} = -\frac{P}{2EI} x^2 + \frac{2Pl}{EI} x + C_3$$

$$\therefore y_2 = -\frac{P}{6EI} x^3 + \frac{Pl}{EI} x^2 + C_3 x + C_4$$

境界条件(1)より,

$$x = 0: \quad y_1 = C_2 = 0$$

境界条件(2)より,

$$x = l: \quad y_1 = \frac{Pl^3}{6EI} + C_1 l = 0$$

$$\therefore C_1 = -\frac{Pl^2}{6EI}$$

$$\therefore y_1 = \frac{P}{6EI} x^3 - \frac{Pl^2}{6EI} x \quad \boxed{\text{答}}$$

境界条件(3)より,

$$x = l: y_2 = \frac{5Pl^3}{6EI} + C_3l + C_4 = 0 \cdots (5)$$

境界条件(4)より,

$$x = l: \frac{dy_1}{dx} = \frac{Pl^2}{3EI} = \frac{dy_2}{dx} = \frac{3Pl^2}{2EI} + C_3$$

$$\therefore C_3 = -\frac{7Pl^2}{6EI}$$

(5)より,

$$C_4 = \frac{Pl^3}{3EI}$$

$$\therefore y_2 = -\frac{P}{6EI}x^3 + \frac{Pl}{EI}x^2 - \frac{7Pl^2}{6EI}x + \frac{Pl^3}{3EI} \quad \boxed{\text{答}}$$

(4) 明らかに最高点は区間 AB 内にあり, その点で $dy_1/dx = 0$ となるので,

$$\frac{dy_1}{dx} = \frac{P}{2EI}x^2 - \frac{Pl^2}{6EI} = 0$$

より最高点の位置は,

$$x = \frac{l}{\sqrt{3}} \quad \boxed{\text{答}}$$

そこでのたわみの大きさは,

$$|y_1| = \left| \frac{P}{6EI} \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right)^3 - \frac{Pl^2}{6EI} \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right) \right| = \frac{Pl^3}{9\sqrt{3}EI} = \frac{\sqrt{3}Pl^3}{27EI} \quad \boxed{\text{答}}$$

制御工学

科目	小問	出題意図
制御工学	1	伝達関数に関する基礎知識を確認する。
	2	与えられた閉ループ系について、安定性を支配する特性方程式の理解力をみる。
	3	

解答例

(1)

$$G(s) = \frac{1}{1 + Ts}$$

・周波数伝達関数

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} = \frac{1 - j\omega T}{(1 + j\omega T)(1 - j\omega T)} = \frac{1 - j\omega T}{1 + \omega^2 T^2}$$

(2)

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T^2}{(1 + \omega^2 T^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

・ゲイン

$$g(j\omega) = 20 \log_{10} |G(j\omega)| = -10 \log_{10} (1 + \omega^2 T^2) \text{ [dB]}$$

・位相

$$\theta(j\omega) = -\text{atan}(\omega T) \text{ [rad]}$$

(3)

・ $\omega T = 0.1$

$$1 \gg \omega T \text{ より, } g(j\omega) \approx -10 \log_{10} 1 = 0 \text{ [dB]}$$

$$\theta(j\omega) = -\text{atan}(0.1) \approx 0 \text{ [deg]}$$

・ $\omega T = 1$

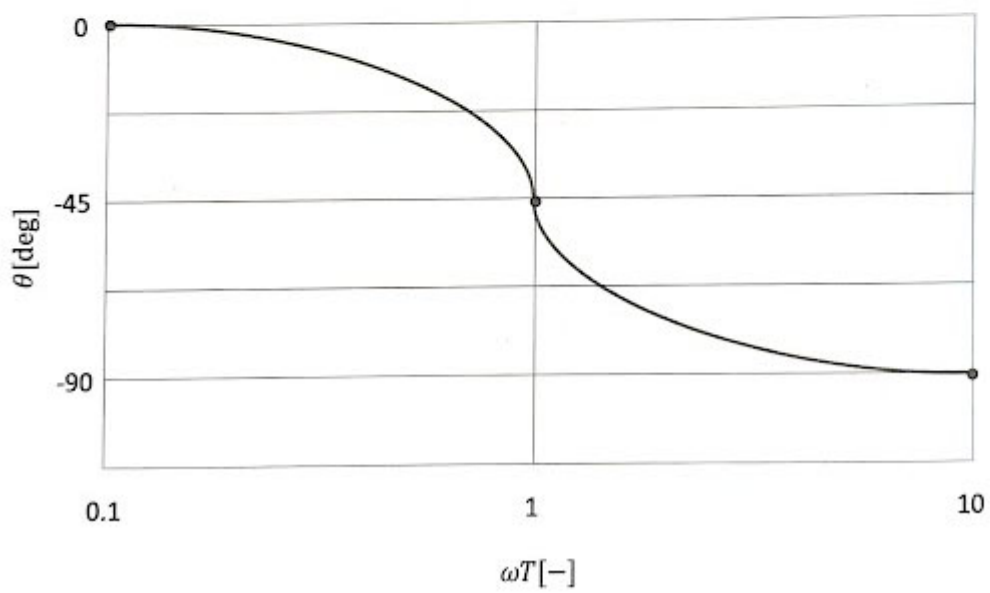
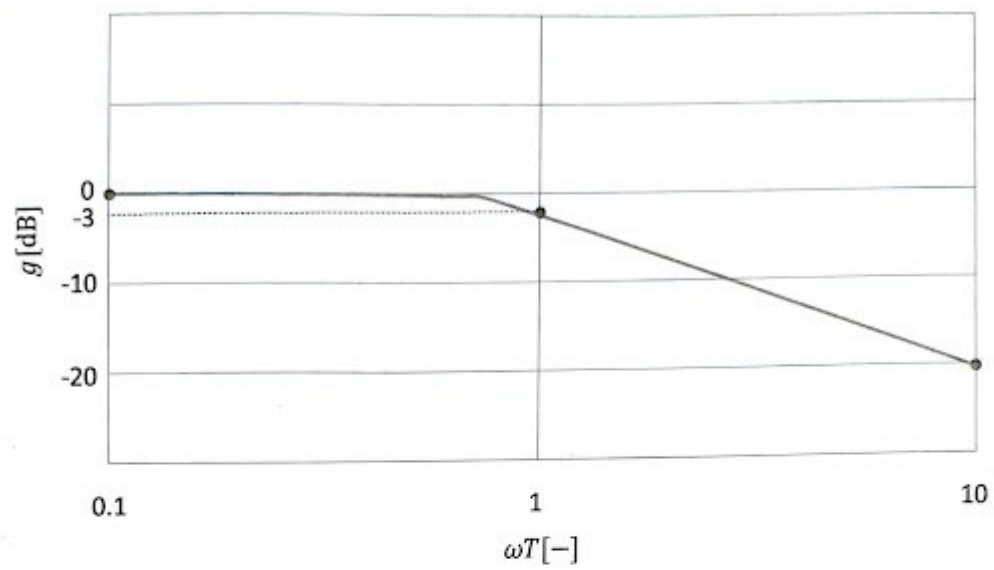
$$1 = \omega T \text{ より, } g(j\omega) = -10 \log_{10} 2 \approx -3 \text{ [dB]}$$

$$\theta(j\omega) = -\text{atan}(1) \approx -45 \text{ [deg]}$$

・ $\omega T = 10$

$$1 \ll \omega T \text{ より, } g(j\omega) \approx -10 \log_{10} 100 = -20 \text{ [dB]}$$

$$\theta(j\omega) = -\text{atan}(10) \approx -90 \text{ [deg]}$$



$$2 \quad (1) \quad G_1(s) = \frac{0.6}{s^2 + 2s + 5} \quad G_2(s) = 5 \quad G_3(s) = k(1+s) \text{ とおく}$$

このブロック図より

$$\theta(s) = G_1 - G_2 G_3 (\theta(s) - \theta(s))$$

これから $\theta(s)$ を求めたい

$$\theta(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 G_3} \theta_c(s)$$

G_1, G_2, G_3 の式を代入して

$$\begin{aligned} \theta(s) &= \frac{\frac{3k(1+s)}{s^2 + 2s + 5}}{1 + \frac{3k(1+s)}{s^2 + 2s + 5}} \theta_c(s) \\ &= \frac{3k(1+s)}{s^2 + (2+3k)s + 5+3k} \end{aligned}$$

$$\therefore G(s) = \frac{3k(1+s)}{s^2 + (2+3k)s + 5+3k} \quad \text{--- ①}$$

(2) この閉ループ系の安定な条件は ①式の分母

$$s^2 + (2+3k)s + (5+3k) = 0$$

の2つの解が共に実数で負の値となること。つまり

$$2+3k > 0 \quad \rightarrow \quad k > -\frac{2}{3}$$

$$(2+3k)^2 - 4(5+3k) = 9k^2 - 16 > 0 \quad \rightarrow \quad k < -\frac{4}{3} \text{ or } k > \frac{4}{3}$$

$$5+3k > 0 \quad \rightarrow \quad k > -\frac{5}{3}$$

よって $k > 0$ より

$$k > \frac{4}{3} //$$

電氣回路

科目	小問	出題意図
電気回路	1	基礎的な知識をみる
	2	直流電気回路の理解力をみる
	3	交流電気回路の理解力をみる

解答例

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) 断面積が一定の抵抗がある。長さが 3 倍、断面積が 1/2 となった場合、元の抵抗値に対して抵抗が何倍になるか答えよ。

長さ L 、面積 S 、電気抵抗率 ρ とすると抵抗は以下の式となる。

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

元の抵抗を R_1 とすると $R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1}$

より長さが 3 倍になり断面積が $\frac{1}{2} A_1$ になった場合の新しい抵抗 R_2 は

$$R_2 = \rho \frac{3L_1}{\frac{1}{2}A_1} = \rho \frac{3L_1 \times 2}{A_1} = 6 \times \rho \frac{L_1}{A_1} = 6R_1$$

となり抵抗は元の抵抗値の 6 倍

- (2) コンデンサのインピーダンスを数式で示し、周波数が増加するとインピーダンスがどのように変化するか述べよ。

コンデンサのインピーダンス Z_C は、次の式で表される

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

ここで、 j は虚数単位、 ω は角周波数、 C はコンデンサの容量
周波数 f が増加すると、角周波数 $\omega = 2\pi f$ も増加するため、
インピーダンス Z_C は減少する。

- (3) 最大値が 100 V である正弦波交流の実効値を答えよ。

正弦波交流の実効値 (RMS 値) は、最大値 (ピーク値) を用いて次の式で計算できる。

$$V_{\text{RMS}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

最大値 V_{max} が 100 V なので、 $V_{\text{RMS}} = \frac{100}{\sqrt{2}} \approx 70.7 \text{ V}$

- (4) 図 1 に示す回路に流れる電流 I を求めよ。

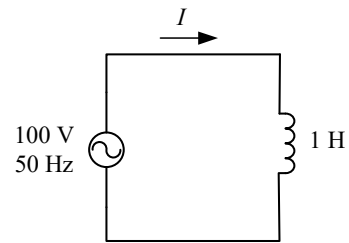


図 1

コイルのリアクタンス X_L は

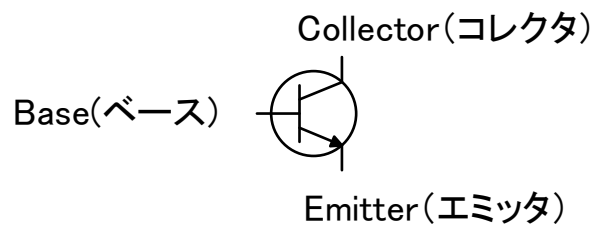
$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

$$X_L = \omega L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 1 = 314$$

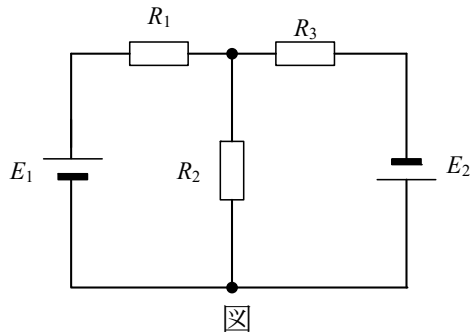
求める電流 I は

$$I = \frac{e}{X_L} = \frac{100}{314} = 0.318 \text{ A}$$

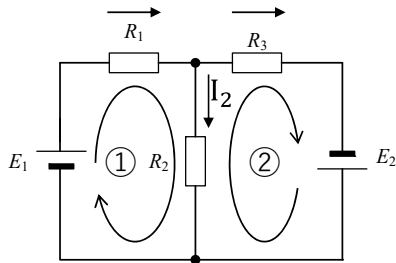
(5) NPN 型のトランジスタの回路記号を書き，各端子の名称を答えよ。



2. 図のような抵抗 $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 15 \Omega$, 直流電源 $E_1 = 5 \text{ V}$, $E_2 = 15 \text{ V}$ からなる回路において, 各抵抗に流れる電流値を求めよ。



電流を以下のように定義する。



キルヒホッフの法則

各抵抗の電流を I_1 , I_2 , I_3 とする。

① の閉ループ $R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1$

② の閉ループ $-R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2$

$$\begin{cases} 5 I_1 + 10 I_2 = 5 \\ -10 I_2 + 15 I_3 = 15 \end{cases}$$

またキルヒホッフの電流則より

$$I_1 = I_2 + I_3$$

素子値を入れると連立方程式は

$$\begin{cases} 15 I_2 + 5 I_3 = 5 \\ -10 I_2 + 15 I_3 = 15 \end{cases}$$

$$I_3 = 1 - 3 I_2$$

$$-2 I_2 + 3 I_3 = 3$$

$$-2 I_2 + 3(1 - 3 I_2) = 3$$

$$-11 I_2 = 0$$

$$I_2 = 0$$

これより

$$I_1 = I_3$$

$$5 I_1 + 10 \cdot 0 = 5$$

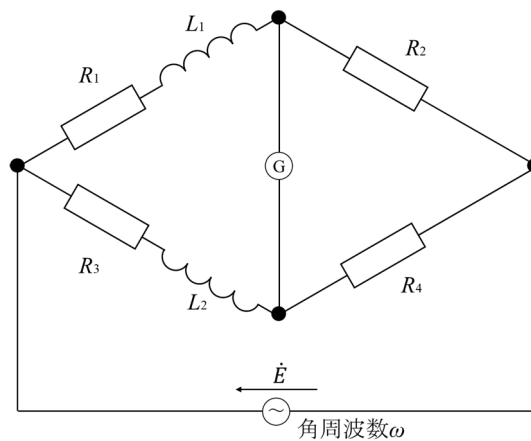
$$I_1 = I_3 = 1$$

よって

$$I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 0 \text{ A}, I_3 = 1 \text{ A}$$

3. 図のような交流ブリッジ回路において、交流電源の電圧を $\dot{E}$ 、その角周波数を ω とする。抵抗 R_1, R_2, R_3, R_4 およびインダクタンスが L_1, L_2 のコイルがある。交流検流器 G の指示がゼロとなりブリッジが平衡状態にあるとき、次の問いに答えよ。

- (1) コイル L_1, L_2 のインピーダンスを虚数単位 j と角周波数 ω を用いて複素数であらわせ。
- (2) ブリッジの平衡条件を R_1, R_2, R_3, R_4 および(1)の複素インピーダンスを用いてあらわせ。
- (3) (2)の平衡条件において左辺右辺の実部と虚部が等しいことから、 R_1 および L_1 を R_2, R_3, R_4, L_2 を用いてあらわせ。



図

(1)

$$\dot{Z}_{L1} = j\omega L_1$$

$$\dot{Z}_{L2} = j\omega L_2$$

(2)

$$(R_1 + j\omega L_1)R_4 = R_2(R_3 + j\omega L_2)$$

(3)

(2)式の右辺を展開して実部と虚部それぞれ整理すると

$$R_1R_4 + j\omega L_1R_4 = R_2R_3 + j\omega L_2R_2$$

となる。

実部の左辺と右辺が等しいことから

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

虚部の左辺と右辺が等しいことから

$$L_1 = \frac{R_2 L_2}{R_4}$$

以上