大学院工学研究科博士前期課程

生産システム工学系専攻　機械ロボット工学コース
情報電子工学系専攻　共創情報学コースＥ系

入学試験　一般入試

＊＊＊　専門科目試験問題　＊＊＊

日　　時：２０２４年８月２７日（火）　１３：００－１５：００

試験科目：数学（ 線形代数，微分・積分，微分方程式 ）

注　　意：(1) 机上には，受験票，筆記用具，時計の他は置かないこと．

(2) 問題ごとに解答用紙１枚を使用すること．

(3) 各解答用紙には，白紙で出す場合も含めて「受験番号」を必ず記入すること．

(4) もし必要なら「裏に続く」と表に記入して，裏面に解答を続けて記入しても良い．

(5) 試験終了後，白紙であっても解答用紙はすべて回収する．

(6) 問題用紙と草案用紙は持ち帰ること．

数　学

１．次の行列Aの固有値に対する固有ベクトルを求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 1 & -3 & -4 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

２．次の問いに答えよ．

(1) $z = \tan^{-1}(xy^2)$のとき，$\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ を計算せよ．

(2) 次の定積分を計算せよ．

$$I_1 = \int_0^1 \frac{x(x+7)}{(x+2)^2(x^2+1)} dx$$

(3) $D\colon \left\{(x,y) : -1 \le x \le 1, -\sqrt{1-x^2} \le y \le \sqrt{1-x^2}\right\}$により定義される領域を$D$として，次の重積分を求めよ．

$$I_2 = \int\int_D \sqrt{1-x^2}\ dxdy$$

３．次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 4y = e^x \cos 3x$$

大学院工学研究科博士前期課程

生産システム工学系専攻　機械ロボット工学コース
情報電子工学系専攻　共創情報学コースＥ系

入学試験　一般入試

＊＊＊　専門科目試験問題　＊＊＊

日　　時：２０２４年8月２８日（水）　９：００－１１：３０

試験科目：熱力学，流体力学，材料力学，機械力学，制御工学
（５科目必須）

注　　意：(1) 机上には，受験票，筆記用具，時計の他は置かないこと．

(2) ５科目の問題を全て解答すること．

(3) 科目ごとに解答用紙１枚を使用すること．

(4) 各解答用紙には，白紙で出す場合も含めて「受験番号」を必ず記入すること．

(5) もし必要なら「裏に続く」と表に記入して，裏面に解答を続けて記入しても良い．

(6) 試験終了後，白紙であっても解答用紙はすべて回収する．

(7) 問題用紙と草案用紙は持ち帰ること．

熱　力　学

1．以下の問いに答えよ．ただし，作動流体は理想気体であり，有効数字を 3 桁とする．

(1) ある作動流体 1.00 kg が圧力 150 kPa，容積 2.00 m³ の状態から，
温度一定の条件で圧力 1.60 MPa，容積 0.300 m³ の状態に変化した．
このときの比エンタルピー変化量（$h_2 - h_1$）を求めよ．
ただし，流体の内部エネルギーに変化がないものとする．

(2) 7 $\mathrm{m^3}$ 入りの酸素ボンベが圧力 800 kPa，温度 300 K に保たれている．
以下の問いに答えよ．

(a) ボンベ温度を 360 K にすると，圧力は何倍になるか求めよ．
(b) ボンベを冷却して，圧力 640 kPa にするためには，
温度を何 K にする必要があるか求めよ．

2．以下の問いに答えよ．

(1) 理想気体の可逆断熱変化では，圧力 p，比容積 v，比熱比 κ とすると，
$pv^{\kappa} =$ 一定の関係がある．同様に，比容積 v と温度 T との関係を記述せよ．

(2) 高温熱源 T_1，低温熱源 T_2 の間で動作するカルノー熱機関がある．
カルノーサイクルの理論熱効率式 η_C を記述せよ．

(3) オットーサイクルの理論熱効率式 η_O を比熱比 κ と圧縮比 ε を用いて記述せよ．

流 体 力 学

1.　地面と水平に置かれている円管(直径 20 mm, 長さ 4 m)に液体(密度 900 kg/m^3, 粘度 0.09 Pa·s)が流れている. 円管は真っ直ぐであり, 内壁は滑らかとする. 円管内の平均流速は 1 m/s であり, 流れは十分に発達した定常流とする. 以下の問いに答えよ. なお, 円周率を 3.14, 臨界レイノルズ数を 2300 とする.

(1) 流量を求めよ.

(2) 管中心の流速を求めよ.

(3) 管摩擦係数を求めよ.

(4) 圧力損失を求めよ.

2.　3 次元 (x–y–z 直交座標系) の流れに対するナビエ・ストークス方程式が次式で表されるとき, 以下の問いに答えよ. ここに, p は圧力, t は時間, u, v, w はそれぞれ, x, y, z 方向の流速, μ は粘度, ρ は密度である. なお, 体積力は考えない.

(1) 非圧縮性流体の定常流れに対するナビエ・ストークス方程式を記せ.

(2) (1)で導いた式を, 次の無次元量を用いて無次元化せよ. $\bar{p} = p/(\rho U^2)$, $Re = \rho LU/\mu$, $\bar{u} = u/U$, $\bar{v} = v/U$, $\bar{w} = w/U$, $\bar{x} = x/L$, $\bar{y} = y/L$, $\bar{z} = z/L$. なお, L は代表長さ, U は代表速度である.

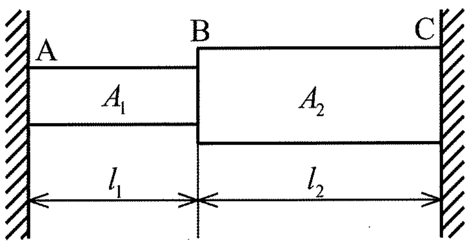
$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

材　料　力　学

図に示すように，長さl_1，断面積A_1の部分ABと，長さl_2，断面積A_2の部分BCからなる段付棒の両端を温度t_1のとき剛体壁に固定した後，棒全体の温度を一様にt_2　($t_2 > t_1$) に上昇させた．ただし，棒の縦弾性係数はE，線膨張係数はαである．



(1) C点の壁をなくしフリー（自由端）としたときの，温度上昇によるAB部分の伸びλ_1とBC部分の伸びλ_2を求めよ．

(2) 実際のC点は固定されていて棒は伸びることができないので，温度の上昇により棒は壁からの反力を受ける．AB部分が受ける反力をR_1，BC部分が受ける反力をR_2とすると，R_1とR_2にはどのような関係があるか．

(3) 上記の反力によるAB部分の変形量λ_1'とBC部分の変形量λ_2'を，R_2の関数として求めよ．

(4) 段付棒の両端は剛体壁に固定されていることより，R_2を求めよ．

(5) AB部分とBC部分の応力σ_1，σ_2を求めよ．

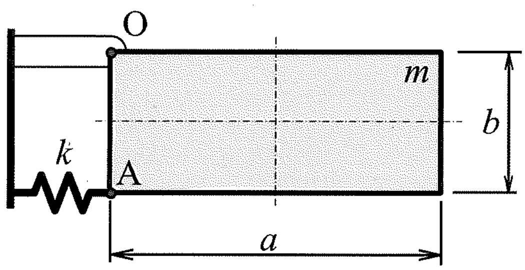
機　械　力　学

図のように質量 m，長辺の長さ a，短辺の長さ b の一様で薄い平板が，頂点Oで摩擦なくピン支持され，頂点 A においてばね定数 k のばねで壁面に接続されている．平板が面内で O 点まわりに微小振幅で自由振動する場合について，以下の問いに答えよ．ただし，重力は働かないものとする．

(1) 平板の O 点まわりの慣性モーメントを J_O として運動方程式を記述せよ（慣性モーメントは J_O のままで良い．）．

(2) 平板の O 点まわりの慣性モーメント J_O を求めよ（慣性モーメントの計算過程も示せ．）．

(3) 平板の固有振動数を求めよ．



制 御 工 学

一巡伝達関数$G(s)$が次式で与えられる閉ループ系の根軌跡を，右下図の複素平面に描画したい．次の問いに答えよ．

$$G(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{100}{(s+4)(s+8)(s-1)}$$

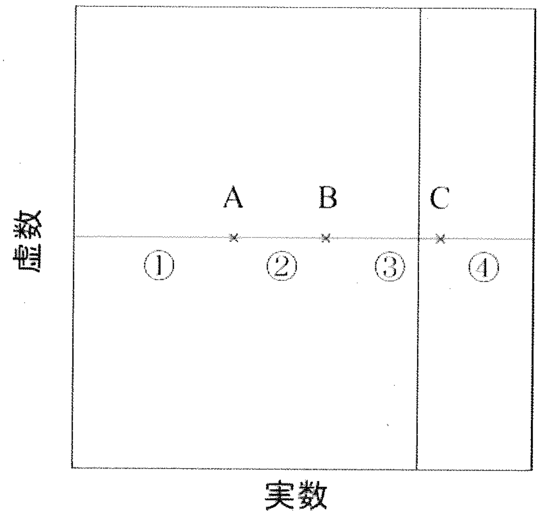
なお，根軌跡は定数Kを0から$+\infty$に変化したときに，閉ループ系の特性方程式 $D(s)+KN(s)=0$ の根 s が描く軌跡である．右下図中の横線は実軸，縦線は虚軸である．

(1) A点，B点，C点は，$G(s)$の極を表わす．各点の座標（複素数の値）をそれぞれ答えよ．

(2) 実軸上の根軌跡は，①～④のどの区間であるか．２つ答えよ．

(3) 根軌跡の３つの漸近線が，実軸となす角度をそれぞれ答えよ．

(4) 漸近線が実軸と交わる点の座標を求めよ．



(5) 以上から根軌跡の概形を描画せよ．
なお，根軌跡が実軸を離れる分離点の座標はおよそ$-1+j0$である．

(6) 次に示す文章が，(5)の根軌跡の説明として正しいか間違っているかを，(ア)～(オ)の記号ごとに答えよ．

（ア）　Kの値を無限大に近づけると，全ての根は無限遠点に至る

（イ）　Kの値をいくらにしても，閉ループ系は安定になることはない

（ウ）　Kの値がほとんど０であるとき，閉ループ系は不安定である

（エ）　Kの値がほとんど０であるとき，閉ループ系は振動的である

（オ）　Kの値をいくつにしても，閉ループ系は振動的にならない

数 学（線形代数）

行列の固有値，および固有値に対する固有ベクトルを理解しているか．また，これらを計算できるか．

数 学（微分積分）

（１）$f(x,y)$の関数に対して偏微分を計算できるか.

（２）分数の多項式で表された関数の定積分が計算できるか.

（３）D:$\{(x,y)\}$で定義された領域を D の重積分を計算できるか.

数 学（微分方程式）

微分方程式について理解し，一般解を求められるか.

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　1

固有値 $\lambda_1 = 1$，$\lambda_2 = -1$，$\lambda_3 = 2$

一般解　$X = \begin{pmatrix} 0 \\ -x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}$　　$\overrightarrow{v_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

一般解　$X = \begin{pmatrix} \frac{4}{5}x_3 \\ -\frac{8}{5}x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}$　　$\overrightarrow{v_2} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{8}{5} \\ 1 \end{pmatrix}$

一般解　$X = \begin{pmatrix} -x_3 \\ -x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}$　　$\overrightarrow{v_3} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　２

（１）

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{1+x^2y^4}, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{1+x^2y^4}$$

（２）

$$I_1 = \frac{3}{2}log2 - log3 - \frac{1}{3} + \frac{\pi}{4}$$

（３）

$$I_2 = \frac{8}{3}$$

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　３

求める微分方程式の一般解は,

$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{4x} - \dfrac{1}{78} e^{x}(\sin 3x + 5\cos 3x)$　（ただしC_1，C_2は任意定数）

熱 力 学

１．理想気体の状態変化を理解しているか．また，基本的な諸量を正しく計算できるか．

２． 断熱変化の理論式や熱機関の基本法則を理解しているか．

流 体 力 学

1．管路内流れの基礎を理解しているか．また，基本的な諸量を正しく計算できるか．

2．ナビエ・ストークス方程式を理解しているか．また，無次元化の操作を正しく実行できるか．

材 料 力 学

(1)　線膨張係数とそれによる熱変形を理解しているか.

(2)　熱応力における壁反力，ならびに各点の内力を理解しているか.

(3)　応力・ひずみの定義，ならびにフックの法則を理解しているか.

(4)　不静定問題における変形の条件を理解しているか.

(5)　求めた各式より応力が計算できるか.

機 械 力 学

(1)剛体の運動を理解しているか.

(2)剛体の運動の基本的物理量を理解しているか.

(3)1 自由度振動系の基本を理解しているか.

制 御 工 学

古典制御理論における，一巡伝達関数，閉ループ系の根軌跡，複素平面上の極配置などを理解しているか．それらに関する計算や根軌跡の描画ができるか．

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**熱力学**

１．

(1)　180kJ

(2)　(a)1.20 倍　(b)240K

２．

(1)　$Tv^{\kappa-1} = $ 一定

(2)　$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

(3)　$\eta_O = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$

受験番号	（解答例）	試験科目名	**流体力学**

１．

(1)

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} u = \frac{3.14 \times 0.02^2}{4} \times 1 = 3.14 \times 10^{-4}$$

$\underline{3.14 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^3/s}}$

(2)

$Re = ud/\nu = 1 \times 0.02/(0.09/900) = 200$　より，$Re < 2300$　で層流であるから，

$u_{max} = 2u_m = 2 \times 1 = 2$

$\underline{2\ \mathrm{m/s}}$

(3)　流れは層流であるから，

$\lambda = 64/Re = 64/200 = 0.32$

$\underline{0.32}$

(4)

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho u^2}{2} = 0.32 \times \frac{4}{0.02} \frac{900 \times 1^2}{2} = 2.88 \times 10^4$$

$\underline{2.88 \times 10^4\ \mathrm{Pa}\ (28.8\ \mathrm{kPa})}$

２．(1)　密度一定，時間項消去．また，連続の式は，

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0$$

となるから，

$$\left.\begin{aligned}
\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \\
\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \\
\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)
\end{aligned}\right\}$$

(2)　無次元量を代入して

$$\left.\begin{aligned}
\rho\frac{U^2}{L}\left(\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}}\right) &= -\frac{\rho U^2}{L}\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \mu\frac{U}{L^2}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2}\right) \\
\rho\frac{U^2}{L}\left(\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} + \bar{w}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}}\right) &= -\frac{\rho U^2}{L}\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \mu\frac{U}{L^2}\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2}\right) \\
\rho\frac{U^2}{L}\left(\bar{u}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right) &= -\frac{\rho U^2}{L}\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \mu\frac{U}{L^2}\left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2}\right)
\end{aligned}\right\}$$

整理して，

$$\left.\begin{aligned}
\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2}\right) \\
\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} + \bar{w}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2}\right) \\
\bar{u}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2}\right)
\end{aligned}\right\}$$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**材料力学**

(1)

$$\lambda_1 = \alpha\left(t_2 - t_1\right) l_1, \quad \lambda_2 = \alpha\left(t_2 - t_1\right) l_2$$

(2)

$$R_1 = R_2$$

(3)

$$\lambda_1' = \frac{R_2 l_1}{A_1 E}, \quad \lambda_2' = \frac{R_2 l_2}{A_2 E}$$

(4)

$$R_2 = -\frac{\alpha E A_1 A_2 \left(t_2 - t_1\right)\left(l_1 + l_2\right)}{A_1 l_2 + A_2 l_1}$$

(5)

$$\sigma_1 = -\frac{\alpha E A_2 \left(t_2 - t_1\right)\left(l_1 + l_2\right)}{A_1 l_2 + A_2 l_1}, \quad \sigma_2 = -\frac{\alpha E A_1 \left(t_2 - t_1\right)\left(l_1 + l_2\right)}{A_1 l_2 + A_2 l_1}$$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**機械力学**

(1)　運動方程式は，

$J_O\ddot{\theta} + kb^2\theta = 0$

(2)　O 点まわりの慣性モーメントは $J_O = \frac{1}{3}m(a^2 + b^2)$

(3)　固有振動数は，

$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3kb^2}{m(a^2+b^2)}}$ [Hz]

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**制御工学**

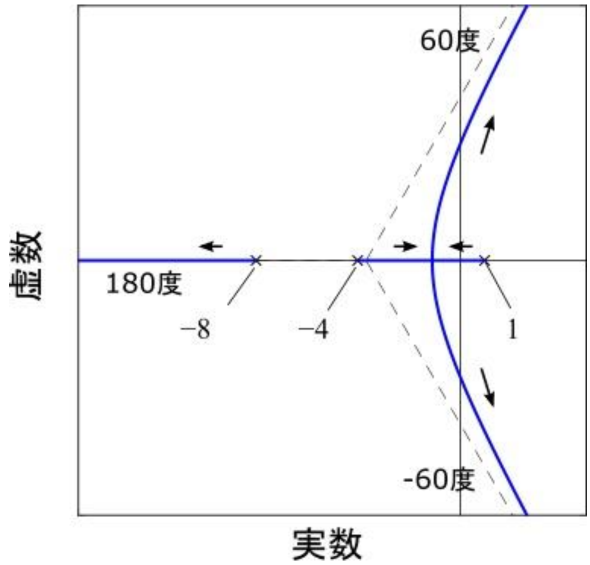
（1）A：(−8, j0)，　B：(−4, j0)，　C：(1, j0)

（2）根軌跡となるのは①と③

（3）-60度，-180度，-300度　（360 度ずつ違う角度も可）

（4）$-\frac{11}{3}$

（5）根軌跡は下図のとおり



（6）正しいのは（ア）（ウ）．間違っているのは（イ）（エ）（オ）．