大学院工学研究科博士前期課程

生産システム工学系専攻　機械ロボット工学コース
情報電子工学系専攻　共創情報学コースＥ系

入学試験　一般入試（２次）

＊＊＊　専門科目試験問題　＊＊＊

日　　時：２０２６年2月２７日（金）　１３：００－１５：００

試験科目：数学（ 線形代数，微分・積分，微分方程式 ）

注　　意：(1) 机上には，受験票，筆記用具，時計の他は置かないこと．

(2) 問題ごとに解答用紙１枚を使用すること．

(3) 各解答用紙には，白紙で出す場合も含めて「受験番号」を必ず記入すること．

(4) もし必要なら「裏に続く」と表に記入して，裏面に解答を続けて記入しても良い．

(5) 試験終了後，白紙であっても解答用紙はすべて回収する．

(6) 問題用紙と草案用紙は持ち帰ること．

数　学

１．次の行列Aの，固有値と固有ベクトルを求めなさい．

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

２．次の問いに答えよ．

(1)次の関数を微分せよ．

$$e^{5x}(2\sin 2x + 3\cos\ 2x)$$

(2)次の定積分を計算せよ．

$$I_1 = \int_0^1 xe^{-x}dx$$

(3) $D:\{(x,y):1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$により定義される領域を D として，次の２重積分を計算せよ．

$$I_2 = \iint_D (3xy + 3x^2)dxdy$$

３．次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{d^2x} + \frac{dy}{dx} - 2y = -30e^x \sin x$$

大学院工学研究科博士前期課程

生産システム工学系専攻　機械ロボット工学コース
情報電子工学系専攻　共創情報学コースＥ系

入学試験　一般入試（２次）

＊＊＊　専門科目試験問題　＊＊＊

日　　時：２０２６年2月２８日（土）　９：００－１１：３０

試験科目：熱力学，流体力学，材料力学，機械力学，制御工学
（　５科目必須　）

注　　意：(1) 机上には，受験票，筆記用具，時計の他は置かないこと．

(2) ５科目の問題を全て解答すること．

(3) 科目ごとに解答用紙１枚を使用すること．

(4) 各解答用紙には，白紙で出す場合も含めて「受験番号」を必ず記入すること．

(5) もし必要なら「裏に続く」と表に記入して，裏面に解答を続けて記入しても良い．

(6) 試験終了後，白紙であっても解答用紙はすべて回収する．

(7) 問題用紙と草案用紙は持ち帰ること．

熱　力　学

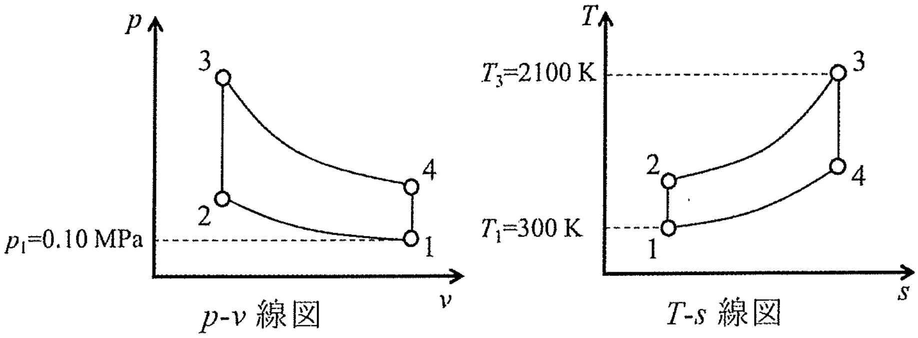
1．理想気体を作動物質とし，以下の問いに答えよ．ただし，作動流体 1 kg あたりの比熱力学量を用い，すべての過程は準静的過程であると仮定する．

(1) 内部エネルギーuに関する熱力学第一法則（第一基礎式）$du = \delta q - pdv$ を出発点とし，理想気体に対して $du = c_v dT$ および $pv = RT$ が成り立つとする．状態方程式の全微分形 $pdv + vdp = RdT$ を用いて，微小熱量δqを，温度Tおよび圧力pを独立変数とする形で表せ．

(2) 比エンタルピーhの定義から導かれる第二基礎式 $dh = \delta q + vdp$ および理想気体に対して $dh = c_p dT$ が成り立つことを用いて，微小熱量δqを，温度Tおよび圧力pを独立変数とする形で表せ．

(3) 定圧過程（$dp = 0$）の条件下において，比定圧比熱c_p，比定容比熱c_vおよび気体定数Rの間に成り立つマイヤーの関係式を導出せよ．

2．あるオットーサイクルエンジンにおいて，図に示すp-v 線図およびT-s 線図が得られた．圧縮比 $\varepsilon = 8.0$ ，比熱比 $\kappa = 1.5$ として，以下の問いに答えよ．ただし，有効数字は 2 桁とする．必要に応じて$\sqrt{2}$=1.4 を用いてよいものとする．



p-v 線図　　T-s 線図

(1) 本サイクルの理論熱効率を計算せよ．

(2) サイクルにおける最高圧力 p_3 を計算せよ．

流 体 力 学

1. 圧力 108 kPa(絶対圧)のもとに，気体定数が 300 J/(kg·K) のガスの密度を測定したところ 1.2 kg/m^3 であった．このときの温度を求めよ．

2. 水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 0.001 Pa·s)の一様流中(一定速度 1 m/s)に，円柱(剛体，直径 100 mm，長さ 2 m)が固定されて静止している．この円柱に作用する力を求めよ．ただし，流れの方向と円柱の軸は直交している．また，円柱の端や固定されている部分の影響は無視する．なお，抗力係数は，レイノルズ数が 4×10^5 よりも小さい場合に 1.2，レイノルズ数が 4×10^5 よりも大きい場合に 0.34 とする．

3. 次式で表される(x–y–z直交座標系の)連続の式について，以下の問いに答えよ(tは時間．u, v, w は，それぞれ，x, y, z 軸方向の流速．ρは密度)．

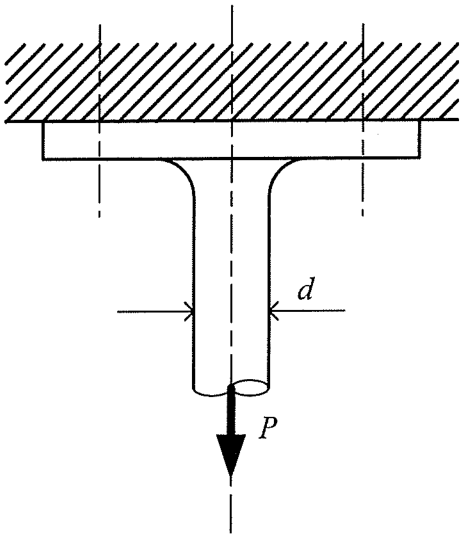
$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$

(1) 定常流れに対する式を導け．

(2) 非圧縮性流体の一次元(x軸方向)流れに対する式を導け．

材 料 力 学

図に示すように，鋳鉄製のフランジ付き棒を 8 本の軟鋼製のボルトにて天井に固定し，荷重 $P = 44\ \mathrm{kN}$ をつるす．鋳鉄と軟鋼の引張強さがそれぞれ $\sigma_1 = 440\ \mathrm{MPa}$， $\sigma_2 = 220\ \mathrm{MPa}$ で安全率を両者に対して等しく $f = \pi$ とするとき，棒の直径 d とボルトの谷径 a を計算せよ．



機　械　力　学

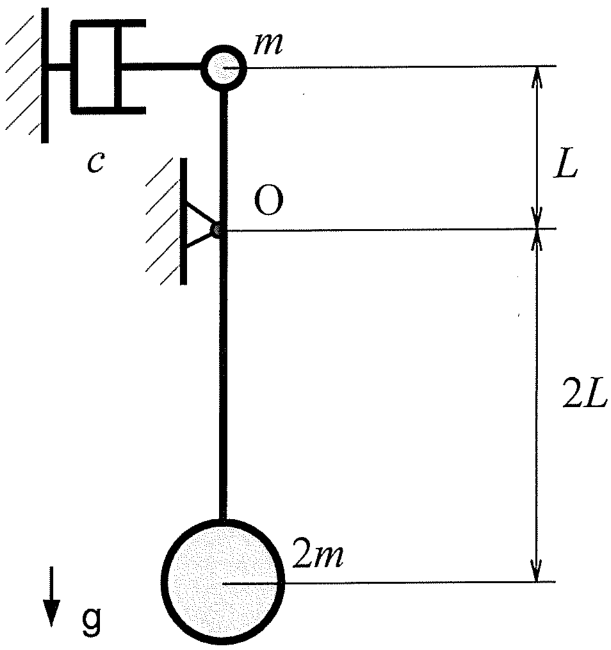
図のように質量が無視できる剛体棒の両端に質量 m と $2m$ の質点が取り付けられ，O 点で摩擦なくピン支持されている．上端の質量 m には粘性減衰係数 c の減衰器が取り付けられ，固定面と接続されている．重力加速度が紙面に平行下向きに生じているとして，剛体棒が面内で O 点まわりに微小振幅で自由振動する場合について，以下の問いに答えよ．

(1) 剛体棒の O 点まわりの慣性モーメント J_O を求めよ．

(2) 剛体棒の微小振動の運動方程式を記述せよ．

(3) 剛体棒の微小振動の固有振動数を求めよ．

(4) この系の臨界減衰係数を求めよ．



制 御 工 学

図１のフィードバック制御系がある．図中の$G(s)$と$H(s)$は次式である．
ここで，a, b, c, d $(b < c)$ は正の実数である．以下の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{a}{s + b} \qquad\qquad H(s) = \frac{s + d}{s + c}$$

(1) 図１のフィードバック制御系の閉ループ伝達関数 $W_1(s) = Y/R$ を求めよ．

(2) 図１のフィードバック制御系の安定性について，閉ループ伝達関数 $W_1(s)$ とラウスの安定判別法を用いて判別せよ．

(3) 図１のフィードバック制御系の一巡伝達関数 $W_2(s)$ を求めよ．

(4) $W_2(s)$ のボード線図のゲイン曲線は図２のように折線近似できる．このときの a, b, c, d $(b < c)$ の数値を求めよ．

(5) 位相余裕を図２のグラフから読み取れ．

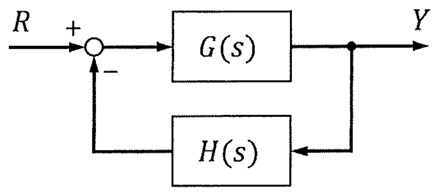


図１　フィードバック制御系

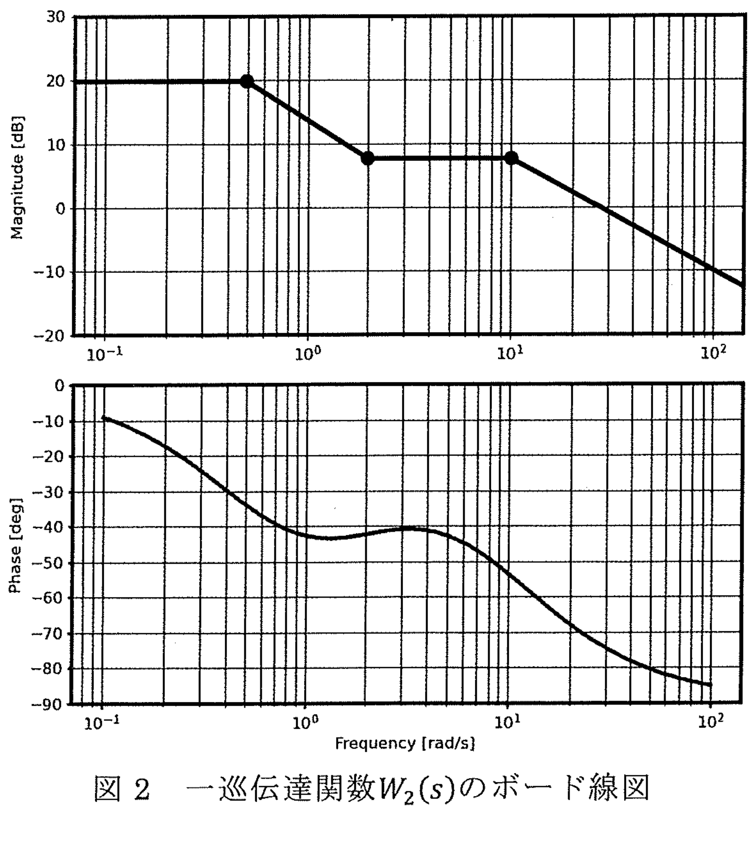


図２　一巡伝達関数$W_2(s)$のボード線図

数 学（線形代数）

行列の固有値，および固有値に対する固有ベクトルを理解しているか．また，これらを計算できるか．

数 学（微分積分）

（１）指数関数・三角関数が組み合わされた関数の微分ができるか.

（２）部分積分法を用いた定積分の計算ができるか.

（３）$D:\{(x,y)\}$で定義された領域において，２重積分計算ができるか.

数 学（微分方程式）

微分方程式について理解し，一般解を求められるか。

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　1

固有値　$t = -1,\ 2$

固有ベクトル　$\lambda = -1$ の時 $r_1 = k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$　（$k_1 \neq 0$）

$\lambda = 2$ の時 $r_2 = k_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$　（$k_2 \neq 0$）

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　２

（１）　$e^{5x}(4\sin 2x + 19\cos 2x)$

（２）　$1 - 2e^{-1}$

（３）　23

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　3

求める微分方程式の一般解は，

$$y = 3e^{x}\sin x + 9e^{x}\cos x + C_1e^{x} + C_2e^{-2x}$$ （C_1 と C_2 は任意定数）

熱 力 学

１．状態量の定義と相互関係を理解しているか．また，物理現象を数式へ展開・整理できるか．

２．オットーサイクルの構成および理論熱効率の関係式を理解しているか．また，理想気体の状態変化式を用いて諸量を計算できるか．

流 体 力 学

１. 気体の状態の基礎を理解しているか. 基本的な諸量を正しく計算できるか.

２. 流れの中に置かれた物体に作用する力を理解しているか. 基本的な諸量を正しく計算できるか.

３. 連続の式を理解しているか. 基本的な微分操作ができるか.

材 料 力 学

応力と安全率を理解しているか．また実際の状況を考えて，安全率を考慮した具体的な応力計算ができるか．

機 械 力 学

(1)慣性モーメントを理解しているか.

(2)剛体の運動方程式を理解しているか.

(3)1 自由度振動系の基本を理解しているか.

(4) 1 自由度減衰自由振動における臨界減衰状態を理解しているか.

制 御 工 学

１．フィードバック制御系の閉ループ伝達関数を理解しているか.

２．ラウスの安定判別法ができるか

３．フィードバック制御系の一巡伝達関数を理解しているか.

４．ボード線図と伝達関数の関係を理解しているか

５．位相余裕をボード線図から読み取ることができるか

受験番号	（解答例）	試験科目名	**熱力学**

1.

(1)

内部エネルギーに関する熱力学の第一基礎式は　$du = \delta q - pdv$　である．

理想気体では，　$du = c_v dT$　が成り立つため，　$\delta q = c_v dT + pdv$…①となる．

また，理想気体の状態方程式の全微分形　$pdv + vdp = RdT$　より，

$pdv = RdT - vdp$…②が得られる．

①式に②式を代入すると，　$\delta q = c_v dT + RdT - vdp$　となる．

よって，　$\delta q = (c_v + R)dT - vdp$　となる．

さらに理想気体の状態方程式より，　$v = \frac{RT}{p}$　であるから，

$\therefore \delta q = (c_v + R)dT - \frac{RT}{p}dp$　となる．

(2)

比エンタルピーの定義より導かれる熱力学の第二基礎式　$dh = \delta q + vdp$　より，

$\delta q = dh - vdp$　となる．理想気体では，$dh = c_p dT$　および　$v = \frac{RT}{p}$　が成り立つため，

微小熱量は温度 T および圧力 p を独立変数として　$\delta q = c_p dT - \frac{RT}{p}dp$　と表される．

(3)

定圧過程（　$dp = 0$　）の条件下であるから，

(1)の結果より，　$\delta q = (c_v + R)dT$　となり，(2)の結果より，　$\delta q = c_p dT$　となる．

両者は同一の定圧過程における微小熱量を表していることから，

$c_p dT = (c_v + R)dT$　が成り立つ．

したがって，　$c_p - c_v = R$　（マイヤーの関係式）が得られる．

２．

(1)　0.64　あるいは　0.65

(2)　5.6 MPa

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	流体力学

１．

300 K

２．

120 N

３．

(1)

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$

(2)

$$\frac{du}{dx}=0$$

受験番号	（解答例）	試験科目名	**材料力学**

$d = 20(\mathrm{mm})$

$a = 10(\mathrm{mm})$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**機械力学**

（1）剛体棒のO点まわりの慣性モーメントは，

$$J_O = 9mL^2$$

（2）　O点まわりの自由振動の運動方程式は

$$J_O\ddot{\theta} + cL^2\dot{\theta} + 3mgL\theta = 0$$

（3）　　固有振動数は，

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{3L}}\ \mathrm{[Hz]}$$

（4）　　臨界減衰係数は，

$$c_c = 6m\sqrt{\frac{3g}{L}}$$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**制御工学**

(1)

$$W_1(s) = \frac{G}{1+GH} = \frac{a(s+c)}{(s+b)(s+c)+a(s+d)}$$

(2)　特性方程式は，$s^2 + (a+b+c)s + bc + ad = 0$

a, b, c, d は正の実数なので，各係数は存在し同符号である．

ラウス表は以下のとおりである．

1	$bc + ad$
$a+b+c$	0
$bc + ad$	

a, b, c, d は正の実数なので，表の最左端はすべて正になり，このフィードバック制御系は安定であることが分かる．

(3)

$$W_2(s) = GH = \frac{a(s+d)}{(s+b)(s+c)}$$

(4)　$a = 25,\ b = 0.5,\ c = 10,\ d = 2$

(5)　108 度