大学院工学研究科博士前期課程

生産システム工学系専攻　機械ロボット工学コース
情報電子工学系専攻　共創情報学コースＥ系

入学試験　一般入試

＊＊＊　専門科目試験問題　＊＊＊

日　　時：２０２５年8月２６日（火）　１３：００‐１５：００

試験科目：数学（ 線形代数，微分・積分，微分方程式 ）

注　　意：(1) 机上には，受験票，筆記用具，時計の他は置かないこと．

(2) 問題ごとに解答用紙１枚を使用すること．

(3) 各解答用紙には，白紙で出す場合も含めて「受験番号」を必ず記入すること．

(4) もし必要なら「裏に続く」と表に記入して，裏面に解答を続けて記入しても良い．

(5) 試験終了後，白紙であっても解答用紙はすべて回収する．

(6) 問題用紙と草案用紙は持ち帰ること．

数　学

１．行列 $A=\begin{bmatrix} t & at+1 \\ a & t+a \end{bmatrix}$ について，任意の実数 t に対して，A が必ず逆行列をもつような実数 a の値の範囲を求めよ．

２．次の問いに答えよ．

(1) 次の関数を微分せよ．

$$e^{2x}(\sin 3x+\cos\ 3x)$$

(2) 次の 2 重積分を，以下の (a), (b), (c) の手順に従って求めよ．

$$\iint_D (x^2+y^2)\,dxdy \qquad \left(D:\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\leqq 1,\qquad a>b>0\right)$$

(a) $x=ar\cos\theta, y=br\sin\theta$ とおき，ヤコビ行列を求めよ．

(b) ヤコビ行列の行列式を求めよ．

(c) 変数変換により，上記の 2 重積分を求めよ．

３．次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{d^2y}{d^2x}-\frac{dy}{dx}-2y=-18e^{-x}\sin 3x$$

大学院工学研究科博士前期課程

生産システム工学系専攻　機械ロボット工学コース
情報電子工学系専攻　共創情報学コースＥ系

入学試験　一般入試

＊＊＊　専門科目試験問題　＊＊＊

日　　時：２０２５年８月２７日（水）　９：００－１１：３０

試験科目：熱力学，流体力学，材料力学，機械力学，制御工学
（　５科目必須　）

注　　意：
(1) 机上には，受験票，筆記用具，時計の他は置かないこと．
(2) ５科目の問題を全て解答すること．
(3) 科目ごとに解答用紙１枚を使用すること．
(4) 各解答用紙には，白紙で出す場合も含めて「受験番号」を必ず記入すること．
(5) もし必要なら「裏に続く」と表に記入して，裏面に解答を続けて記入しても良い．
(6) 試験終了後，白紙であっても解答用紙はすべて回収する．
(7) 問題用紙と草案用紙は持ち帰ること．

熱　力　学

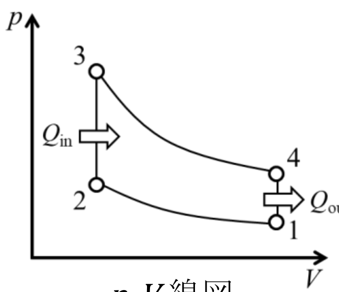
１．ピストン・シリンダ装置において，初期状態の圧力が $p_1 = 0.100$ [MPa]，体積が $V_1 = 2.40$ [m^3]の理想気体を，体積が $V_2 = 0.300$ [m^3]になるまで可逆断熱圧縮する．このとき，以下の問いに答えよ．ただし，系がする仕事を正，比熱比を$\kappa = 1.50$とする．必要に応じて$\sqrt{2} = 1.41$を用いてよいものとする．

(1) 圧縮後の圧力 p_2 を求めよ．

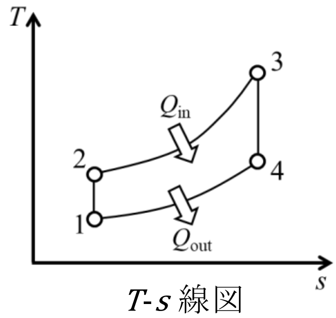
(2) 圧縮に要する仕事 W を求めよ．

(3) この圧縮に伴う内部エネルギー変化 ΔU を求めよ．

２．質量m [kg]の理想気体を作動流体とするオットーサイクルの p-V 線図および T-s 線図を図に示す．このサイクルは，断熱圧縮（1→2），定容加熱（2→3），断熱膨張（3→4）および定容冷却（4→1）の 4 つの準静的過程から構成される．各状態点$i = 1, 2, 3, 4$において，圧力p_i [Pa]，体積V_i [m^3]，温度T_i [K] が定義されているものとする．ただし，圧縮比を $\varepsilon = V_1/V_2$，比熱比をκ，定容比熱c_vは温度によらず一定と仮定する．このとき，以下の問いに答えよ．



p-V 線図



T-s 線図

(1) 定容加熱過程（2→3）における吸熱量Q_{in}および定容冷却過程（4→1）における放熱量Q_{out}を，それぞれ定容比熱c_vと温度を用いて表せ．

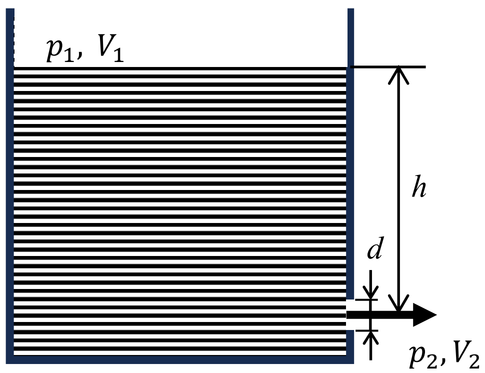
(2) サイクルの熱効率ηを導出し，圧縮比εおよび比熱比κを用いた式で表せ．

流 体 力 学

１． 図に示すように，水（密度：$\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$，粘度：$\mu =\ 0.001\ \mathrm{Pa{\cdot}s}$）で満たされた大きなタンクの（底に近い位置の）側面に小孔（直径：d）が開いており，その小孔から水が流出している．以下の問いに答えよ．ただし，水面および小孔における圧力を p_1 および p_2，速度を V_1 および V_2 とする．水面の高さは一定とし，小孔（の中心）と水面との高さの差を h とする．また，小孔におけるエネルギーの損失はないとする．なお，重力加速度を g とする．

(1) ベルヌーイの定理を用いて小孔から流出する水の速度 V_2 を求め，V_2 の式を示せ．

(2) 小孔と水面との高さの差 $h = 10\ \mathrm{m}$，小孔の直径 $d = 10\ \mathrm{mm}$ とするとき，速度 V_2 および小孔から流出する流れのレイノルズ数を計算せよ．ただし，$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ とする．



２． 次式で表される２次元のナビエ・ストークス方程式について，以下の問いに答えよ．ここに，p は圧力，u, v はそれぞれ，x, y 方向の速度，μ は粘度，ρ は密度であり，体積力は考えない．

$$\left.\begin{aligned}\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\end{aligned}\right\}$$

(1) 非圧縮性流体の非定常流れに対する式を示せ．

(2) 非粘性流体の定常流れに対する式を示せ．

材　料　力　学

長さ$2l$，曲げ剛性EIの片持ちはりとばね定数kのばねが図のように接続され，はり中央に集中荷重Pが作用している．

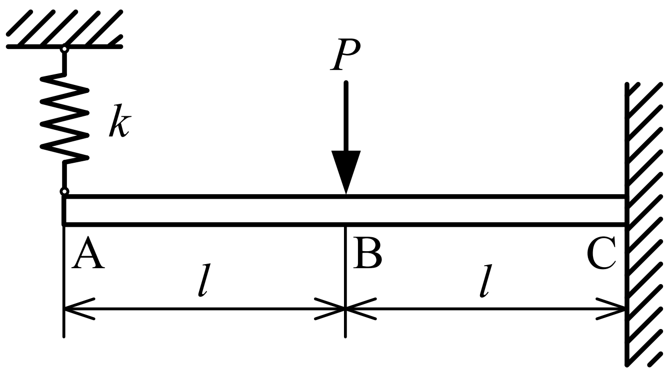
(1)　ばねの引張力をRとし，Rのみがはりに作用しているときのA点のたわみy_{A1}をRの関数として求めよ．

(2)　Pのみがはりに作用しているときのA点のたわみy_{A2}を求めよ．

(3)　ばねの伸び量δをkとRの関数として求めよ．

(4)　A点の変形の条件より，Rを求めよ．

(5)　B点のたわみ角θ_Bとたわみy_Bを求めよ．



＜参考式＞

積分法

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -M$$

エネルギー法（カスティリアノの定理）

$$\lambda_i = \int \frac{M}{EI}\frac{\partial M}{\partial P_i}dx$$

簡易加算法

	M	P	w		M	P	w
θ	$\frac{Ml}{EI}$	$\frac{Pl^2}{2EI}$	$\frac{wl^3}{6EI}$	y	$\frac{Ml^2}{2EI}$	$\frac{Pl^3}{3EI}$	$\frac{wl^4}{8EI}$

機　械　力　学

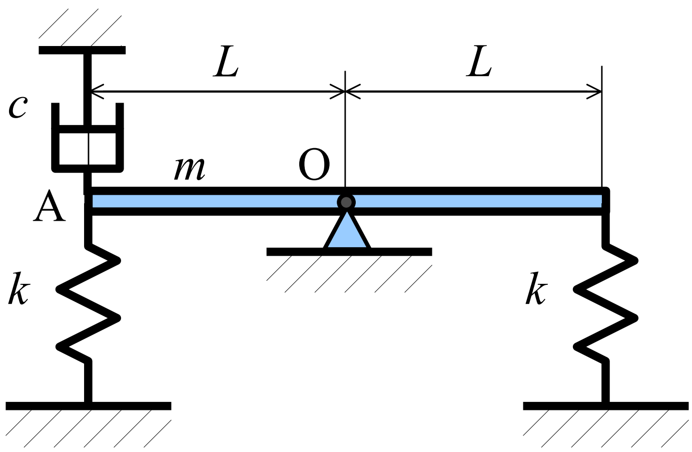
図のように質量 m，長さ $2L$ の一様な剛体棒が，中心 O 点で摩擦なくピン支持され，その両端はばね定数 k のばねで固定面と接続されている．棒の端点 A には粘性減衰係数 c の減衰器が取り付けられており，固定面と接続されている．剛体棒が面内で O 点まわりに微小振幅で自由振動する場合について，以下の問いに答えよ．

(1) 剛体棒の O 点まわりの慣性モーメントをJ_Oとして運動方程式を記述せよ（慣性モーメントはJ_Oのままで良い．）．

(2) 剛体棒の O 点まわりの慣性モーメントJ_Oを計算せよ（慣性モーメントの計算過程も示せ．）．

(3) 剛体棒の微小振動の固有振動数を求めよ．

(4) この系の臨界減衰係数を求めよ．



制 御 工 学

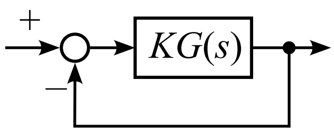
次の伝達関数$G(s)$で表されるシステムがある．次の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{10}{4s^3 + 13s^2 + 3s - 4}$$

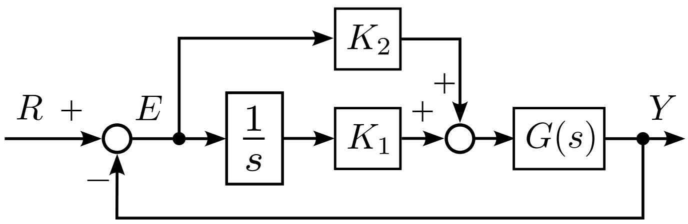
(1) このシステムは，次の微分方程式において$u(t)$を入力，$y(t)$を出力とおいたものである．この微分方程式から求めた伝達関数が，上の$G(s)$と等しくなるようにa, bの値を求めよ．なお，$\dot{x}(t)$ のドットは時間微分を表す．

$$\begin{cases} a\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) - 2y(t) = bu(t) \\ \dot{y}(t) + 3y(t) = 2x(t) \end{cases}$$

(2) Kを正の定数とする．$KG(s)$を一巡伝達関数とする閉ループ制御系が安定であるために，Kが満たすべき範囲を求めよ．



(3) 下図のように$G(s)$と直列に積分器を挿入した．K_1とK_2は正の定数である．目標値Rとしてステップ関数を加えたとき，定常状態では偏差Eが0となることを，最終値定理を用いて示せ．



数 学（線形代数）

行列が逆行列をもつときの条件を理解しているか．また，その条件を満たす計算ができるか．

数 学（微分積分）

（１）指数関数・三角関数が組み合わされた関数の微分が出来るか.

（２）$D:\{(x,y)\}$で定義された領域において，2 重積分計算ができるか.

数 学（微分方程式）

微分方程式について理解し，一般解を求められるか。

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　1

行列 A が逆行列をもつための条件は,

$\det A = t(t+a)-(at+1)a \neq 0$ ，すなわち $\boldsymbol{t^2-(a^2-a)t-a \neq 0}$

ここで，t の 2 次方程式 $t^2-(a^2-a)t-a=0$ ･･･① の判別式を D とすると，

$\boldsymbol{D} = \{-(a^2-a)\}^2-4\cdot 1\cdot(-a) = a^4-2a^3+a^2+4a = \boldsymbol{a(a+1)(a^2-3a+4)}$

任意の実数 t に対して $t^2-(a^2-a)t-a \neq 0$ となるための条件は,

t の 2 次方程式①が実数解をもたない，すなわち　$\boldsymbol{D<0}$ となる.

$D = a(a+1)(a^2-3a+4)$ において，$\boldsymbol{a^2-3a+4 = \left(a-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0}$ であるから

$\boldsymbol{a(a+1)<0}$　である.

よって，求める a の値の範囲は，$\boldsymbol{-1<a<0}$ となる.

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　２

（１）

$$e^{2x}(5\cos 3x - \sin 3x)$$

（２）
(a)

$$\begin{pmatrix} a\cos\theta & -ar\sin\theta \\ b\sin\theta & br\cos\theta \end{pmatrix}$$

(b)

$$abr$$

(c)

$$\frac{ab}{4}(a^2 + b^2)\pi$$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	数学　3

求める微分方程式の一般解は,

$y = e^{-x}\sin 3x - e^{-x}\cos 3x + C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$　（C_1 と C_2 は任意定数）

熱 力 学

１．可逆断熱過程の関係式を理解しているか。また、それを用いて、状態量・仕事・内部エネルギー変化を正しく計算できるか。

２．オットーサイクルの各過程の特徴と熱の出入りを理解しているか。

流 体 力 学

１. ベルヌーイの定理を理解しているか. 基本的な諸量を正しく計算できるか.

２. ナビエ・ストークス方程式を理解しているか. 仮定を正しく適用できるか.

材 料 力 学

(1)　先端にのみ荷重が作用している片持ちはり先端のたわみを求めることができるか.

(2)　先端以外の位置のみ荷重が作用している片持ちはり先端のたわみを求めることができるか.

(3)　ばねのフックの法則を理解しているか.

(4)　変形の条件を理解しているか.

(5)　上記すべての結果より，はり先端のたわみ・たわみ角を求めることができるか.

機 械 力 学

(1) 剛体の運動を理解しているか.

(2) 剛体の運動の基本的物理量を理解しているか.

(3) 1 自由度振動系の基本を理解しているか.

(4) 1 自由度振動系の臨界減衰係数について理解しているか.

制 御 工 学

古典制御理論の理解度を問う問題

（１）　伝達関数について理解しているか．また，微分方程式で表される動的システムの伝達関数を導出できるか.

（２）　ラウスの安定判別法を理解しているか. また, 一巡伝達関数から閉ループ系の伝達関数を導出できるか．ラウスの安定判別法を正しく適用できるか.

（３）　定常特性および一型制御系，最終値定理について理解しているか．また, 閉ループ伝達関数を計算し, 最終値定理を用いて，定常偏差を計算できるか.

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号		試験科目名	**熱力学**

１.

(1)　2.26 MPa

(2)　-874 kJ　あるいは　-876 kJ

(3)　874 kJ　あるいは　876 kJ

２.

(1)　$Q_{in} = mc_v(T_3 - T_2)$　および　$Q_{out} = mc_v(T_4 - T_1)$

(2)　$\eta = 1 - \dfrac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \dfrac{mc_v(T_4 - T_1)}{mc_v(T_3 - T_2)} = 1 - \dfrac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \dfrac{T_4 - T_1}{T_4\varepsilon^{\kappa-1} - T_1\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号	（解答例）	試験科目名	**流体力学**

１．

(1)

$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

(2)

$$1.4\times10^5$$

２．

(1)

$$\left.\begin{aligned}\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)&=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\\ \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)&=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)\end{aligned}\right\}$$

(2)

$$\left.\begin{aligned}\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)&=-\frac{\partial p}{\partial x}\\ \rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)&=-\frac{\partial p}{\partial y}\end{aligned}\right\}$$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号		試験科目名	**材料力学**

(1)

$$y_{A1} = -\frac{8Rl^3}{3EI}$$

(2)

$$y_{A2} = \frac{5Pl^3}{6EI}$$

(3)

$$\delta = \frac{R}{k}$$

(4)

$$\therefore R = \frac{5Pkl^3}{2\left(3EI + 8kl^3\right)}$$

$$\theta_B = -\frac{Pl^2\left(6EI + kl^3\right)}{4EI\left(3EI + 8kl^3\right)}$$

$$y_B = \frac{Pl^3\left(12EI + 7kl^3\right)}{12EI\left(3EI + 8kl^3\right)}$$

受験番号		試験科目名	**機械力学**

（1）O 点まわりの運動方程式は

$$J_O\ddot{\theta} + cL^2\dot{\theta} + 2kL^2\theta = 0$$

（2）O 点まわりの慣性モーメントは

$$J_O = \frac{1}{3}mL^2$$

（3）　固有振動数は，

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{6k}{m}}$$

（4）　臨界減衰係数は

$$c_c = \sqrt{\frac{8mk}{3}}$$

大学院工学研究科博士前期課程　一般入試　解答用紙

受験番号		試験科目名	**制御工学**

（1）$a = 4$，$b = 5$

（2）$\frac{2}{5} < K < \frac{11}{8}$

（3）偏差$E(s)$は次式となる

$$E(s) = \frac{4s^4 + 13s^3 + 3s^2 - 4s}{4s^4 + 13s^3 + 3s^2 - 4s + 10(K_1 + sK_2)} R(s)$$

最終値定理を適用する．

$$\begin{aligned}\lim_{s\to 0} sE(s) &= \lim_{s\to 0} s \frac{4s^4 + 13s^3 + 3s^2 - 4s}{4s^4 + 13s^3 + 3s^2 + (10K_2 - 4)s + 10K_1} \frac{1}{s} \\ &= \frac{0}{10K_1} = 0\end{aligned}$$

よって，定常状態の偏差が 0 になることを示せた．