令和８年度

室蘭工業大学大学院　博士前期課程

情報電子工学系専攻

電気電子工学コース・共創情報学コース（Ｉ系）

一般入試

－　専門科目　－

注 意 事 項

1．全問を解答すること．
2．受験番号，科目名，問題番号を解答用紙に記入すること．
3．解答欄が不足の場合は，解答用紙の裏側を使用すること．

工業数学問題

問題１ 微分方程式について，以下の問いに答えよ．

（１） $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}+y=e^{-x}$ の一般解を求めよ．

（２） （１）の微分方程式を初期条件 $x=0$ のとき $y=1$，$\dfrac{dy}{dx}=0$ のもとで解け．

問題２ 以下の複素数 z の実部と虚部を求めよ．ただし θ は $(2m+1)\pi$ （m は整数）を除く実数であり，また $j=\sqrt{-1}$ である．

（１） $z=\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+j\sin\dfrac{\pi}{6}\right)^6$

（２） $z=\dfrac{1}{1+e^{j\theta}}$

問題3　次の行列Aに関する以下の問いに答えよ．

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

（1）　行列Aの固有値を求めよ．

（2）　行列Aの固有ベクトルを求めよ．ただし，固有ベクトルの成分はすべて整数とすること．

問題4　直角座標系 (x, y, z)において，以下のスカラー関数fおよびベクトル$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$が与えられている．

$$f(x,y,z)=x$$

$$\boldsymbol{A}(x,y,z)=\left(e^{2x}\sin\left(x^2\right),\ 1-xy^2z,\ yz^2\right)$$

$$\boldsymbol{B}(x,y,z)=\left(x^2yz,\ y^2z^2,\ y\right)$$

このとき，以下の式を計算せよ．ただし，領域 V は球面$S : x^2+y^2+z^2=1$ で囲まれる立体とする．

（1）　$\boldsymbol{F}(x,y,z)=\nabla f\times\boldsymbol{A}+\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial y}$

（2）　$\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\boldsymbol{F}(x,y,z)$

（3）　$\nabla\cdot\boldsymbol{F}(x,y,z)$

（4）　$\displaystyle\int_V\left(\nabla\cdot\boldsymbol{F}(x,y,z)\right)dV$

注 意 事 項

1．全問を解答すること．
2．受験番号，科目名，問題番号を解答用紙に記入すること．
3．解答欄が不足の場合は，解答用紙の裏側を使用すること．

電磁気学問題

問題1 真空中に図1のような，中心O，半径 a [m] の導体球Aと内半径 b [m]，外半径 c [m] の同心導体球殻 B の間に，誘電率が ε [F/m] で，内半径 ξ [m]，外半径 $\xi+d$ [m] の同心球殻状の誘電体がおさまっているコンデンサがある．導体球Aに Q [C]，導体球殻Bに Q' [C] の電荷を与え，導体球殻Bを接地した．以下の問いに答えよ．ただし，真空の誘電率を ε_0 [F/m]，$0<a<\xi<\xi+d<b<c$ とし，$0<r<a$ を領域I，$a<r<\xi$ を領域II，$\xi<r<\xi+d$ を領域III，$\xi+d<r<b$ を領域IV，$b<r<c$ を領域Vとする．

（1）導体球Aの表面，導体球殻Bの内側表面および外側表面に生じる電荷をそれぞれ示せ．
（2）中心Oから距離 r [m] の場所における電束密度の大きさを表す式を領域ごとに求めよ．
（3）中心Oから距離 r [m] の場所における電界の大きさを表す式を領域ごとに求めよ．
（4）導体球Aと導体球殻Bの間の電位差を表す式を求めよ．
（5）このコンデンサの静電容量を求めよ．

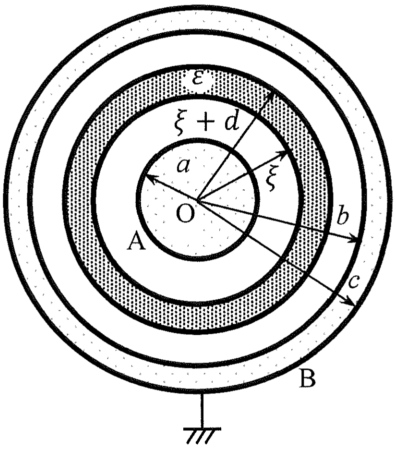


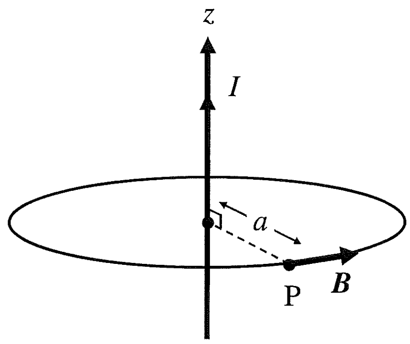
図1

問題２　真空中におかれた定常電流 I [A]によって生じる静磁界について，以下の問いに答えよ．ただし μ_0 [H/m]を真空の透磁率とし，図２に示すように z方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{k}$とする．

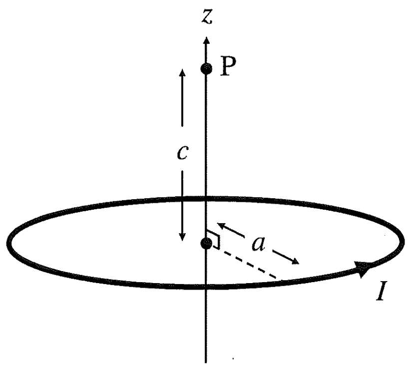
（１）図２(a)のように無限長直線電流 I [A]によって，電流からの距離 a [m]の点Pに生じる磁束密度 $\boldsymbol{B}$ [T]の大きさを求めよ．

（２）図２(b)のように半径 a [m]の円形線状導体を電流 I [A]が流れているとき，円の中心軸上，中心からの距離 c [m]の点Pにおける磁束密度 $\boldsymbol{B}$ [T]を求めよ．

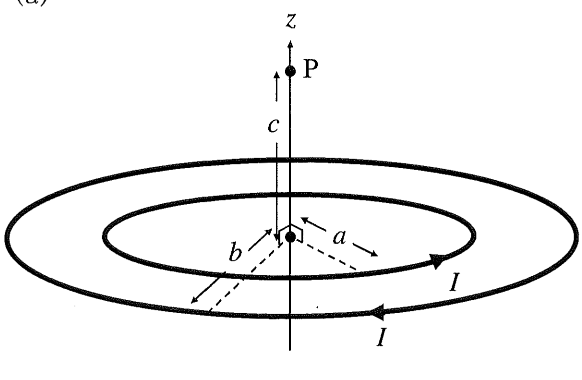
（３）図２(c)のように半径 a [m], b [m] の２つの円形線状導体が中心を共有して同一平面上に置かれ，同じ大きさの互いに逆向きの電流 I [A]が流れている．円の中心軸上，中心からの距離 c [m]の点Pにおける磁束密度 $\boldsymbol{B}$ [T]を求めよ．



(a)



(b)



(c)

図２

注　意　事　項

1．必修問題を１問，選択問題から１問選択し，計２問解答すること．
2．受験番号，科目名，問題番号を解答用紙に記入すること．
3．解答欄が不足の場合は，解答用紙の裏側を使用すること．

電気回路問題

必修問題

問題１　図１のように正弦波交流電圧源 $\boldsymbol{E}_1$，$\boldsymbol{E}_2$，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_2$，$\boldsymbol{Z}_3$ からなる回路がある．$\boldsymbol{I}_1$, $\boldsymbol{I}_2$, $\boldsymbol{I}_3$ は閉路電流であり，電流の符号は図中の矢印の向きを正とする．ただし，j は虚数単位とする．以下の問いに答えよ．

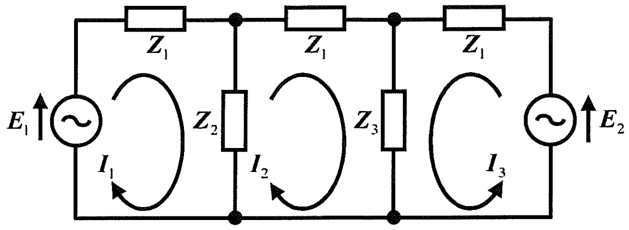


図１

（１）$\boldsymbol{I}_1$, $\boldsymbol{I}_2$, $\boldsymbol{I}_3$ に沿った閉路に関する閉路方程式をそれぞれ示せ．

（２）$\boldsymbol{Z}_1=\sqrt{3}\,\Omega$，$\boldsymbol{Z}_2=\mathrm{j}\,\Omega$，$\boldsymbol{Z}_3=-\mathrm{j}\,\Omega$，$\boldsymbol{E}_1$ に対し同相で振幅が 3 倍の電圧を $\boldsymbol{E}_2$ とする．このときの閉路方程式を行列形式で表せ．

（３）（２）のとき，$\boldsymbol{I}_1=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\angle-30°\,\mathrm{A}$ となった．このときの $\boldsymbol{E}_1$ を求めよ．

選択問題

問題２　図２(a) のように，抵抗 R，キャパシタ C からなる回路がある．この回路の端子1−1'間に電圧源 $e(t)$ を接続する．$e(t)$ は，図２(b) のように時刻 $t=0$ で発生する大きさ E_0 [V]，幅 T [s] の単発矩形パルス電圧である．以下の問いに答えよ．

（１）$0<t\le T$ において，C に蓄えられている電荷 $q_1(t)$ を求めよ．ただし，$t\le 0$ において C に電荷は蓄積されていないものとする．

（２）$t>T$ において，C に蓄えられている電荷 $q_2(t)$ を求めよ．

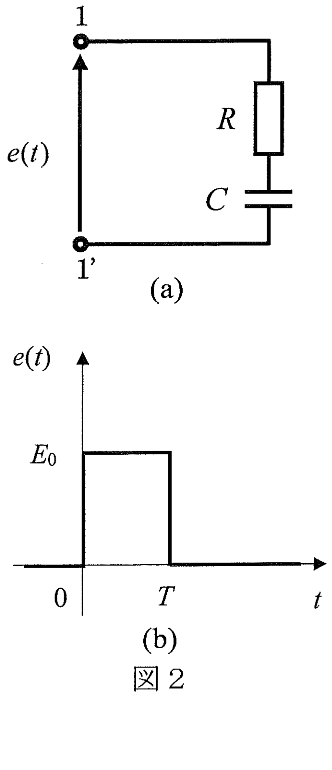


図２

問題３　図３のように抵抗 R_1, R_2, リアクタンス X, $-X$ からなる四端子回路網がある．この回路網について，次の文章の①～⑩の枠内に当てはまる適切な式または数値を答えよ． ただし①，②，⑥，⑦の解答には枠内記載の条件に従うこと．また，j は虚数単位とする．

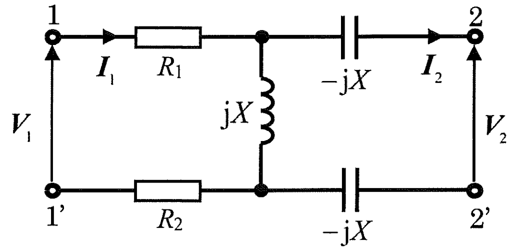


図３

図３の回路網の $\boldsymbol{F}$ 行列を $\begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{pmatrix}$ とすると，端子１，２の電圧 $\boldsymbol{V}_1$，$\boldsymbol{V}_2$，電流 $\boldsymbol{I}_1$，$\boldsymbol{I}_2$ を用いて $\begin{pmatrix} \boldsymbol{V}_1 \\ \boldsymbol{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{V}_2 \\ \boldsymbol{I}_2 \end{pmatrix}$ と表せる．$\boldsymbol{F}$ 行列の要素である四端子定数は以下のように求める．

端子 $2-2'$ 間を開放すると $\boldsymbol{I}_2 = 0$ となり，　$\boldsymbol{I}_1 = \boxed{① \ \boldsymbol{V}_1 を用いること}$ ，

$\boldsymbol{V}_2 = \boxed{② \ \boldsymbol{I}_1 を用いること}$ となる．

ゆえに，　$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{C}$ は　　$\boldsymbol{A} = \left(\dfrac{\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{V}_2} \right)_{\boldsymbol{I}_2 = 0} = \boxed{③}$ ，

$\boldsymbol{C} = \left(\dfrac{\boldsymbol{I}_1}{\boldsymbol{V}_2} \right)_{\boldsymbol{I}_2 = 0} = \boxed{④}$ である．

端子 $2-2'$ 間を短絡すると $\boldsymbol{V}_2 = 0$ となり，端子 $1-1'$ からみた等価インピーダンス $\boldsymbol{Z}$ は

$\boldsymbol{Z} = \boxed{⑤}$ となる．

このとき　　$\boldsymbol{I}_1 = \boxed{⑥ \ \boldsymbol{V}_1 を用いること}$ である．

また，分流則より　　$\boldsymbol{I}_2 = \boxed{⑦ \ \boldsymbol{I}_1 を用いること}$ となる．

ゆえに，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{D}$ は　　$\boldsymbol{B} = \left(\dfrac{\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{I}_2} \right)_{\boldsymbol{V}_2 = 0} = \boxed{⑧}$ ，

$\boldsymbol{D} = \left(\dfrac{\boldsymbol{I}_1}{\boldsymbol{I}_2} \right)_{\boldsymbol{V}_2 = 0} = \boxed{⑨}$ である．

また，　　$\boldsymbol{AD} - \boldsymbol{BC} = \boxed{⑩}$ である．

注　意　事　項

1．全問を解答すること．
2．受験番号，科目名，問題番号を解答用紙に記入すること．
3．解答欄が不足の場合は，解答用紙の裏側を使用すること．

電子回路問題

問題1　理想演算増幅器を用いた回路を図1に示す．ここで，R_1，R_2 は抵抗，C はキャパシタ，v_1 は入力電圧，v_o は出力電圧であり，角周波数 ω の正弦波電圧である．この回路について以下の問いに答えよ．

（1）出力電圧 v_o を求めよ．
（2）入力電流 i_1 を求めよ．
（3）入力インピーダンス Z_i を求めよ．
（4）$R_1 > R_2$ の場合，この回路と等価な回路を周波数特性をもつ2つの素子の直列接続で表すことができる．それぞれの素子を式で表せ．
（5）（4）の結果をふまえて，この回路の特徴を述べよ．

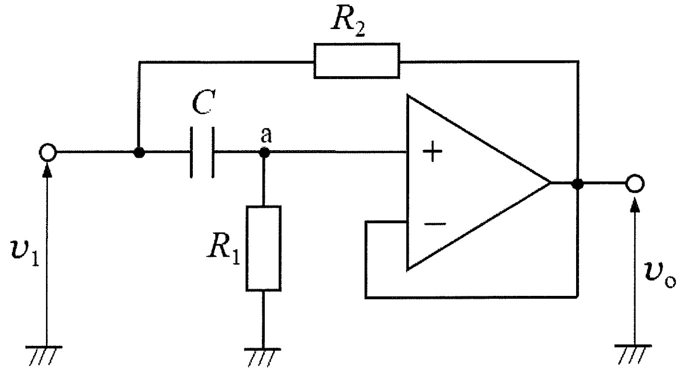


図1

問題2　入力4ビットで0〜15 の整数 x を表現するものとする．このとき，以下の関数の正負を判定する論理回路を設計する．

$$f(x) = (x-3)(x-7)(x-13)$$

出力をy_1，y_2とする．出力y_1は$f(x)$が正のとき1，負のとき0，$f(x)=0$のときドントケアとする．出力y_2は$f(x)=0$のとき1，それ以外のとき0とする．以下の問いに答えよ．

（1）真理値表を示せ．
（2）（1）の真理値表に対するy_1，y_2のカルノー図をそれぞれ示せ．
（3）（2）のカルノー図を基にy_1，y_2の最小積和形を書け．
（4）（3）の論理式に対応する論理回路を描け．

工業数学 出題意図・解答例

問題 1

出題意図：微分方程式は物理現象，とりわけ過渡現象を理解する上で必須の知識であり，その計算能力を有していないと電気電子分野の専門科目を理解するのか困難である．そこで，その計算力を問う問題を出題した．

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=e^{-x},\quad y(0)=1,\quad \frac{dy}{dx}(0)=0$$

解答例

（1）

① 対応する同次方程式は

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=0$$

特性方程式は

$$r^2+2r+1=0 \quad\Rightarrow\quad (r+1)^2=0\Rightarrow r=-1$$

したがって、同次方程式の一般解は

$$y_h(x)=(C_1+C_2x)e^{-x}$$

② 特解を求める（重根と非同次項が重なる）

非同次項が e^{-x} で、これは同次解の一部と重なるため、特解を次のように仮定する

$$y_p(x)=Ax^2e^{-x}$$

（※通常の Ae^{-x} や Axe^{-x} では同次解と重なるため、x^2e^{-x} を使う）

微分して代入すると

$$\frac{dy_p}{dx}=A(2xe^{-x}-x^2e^{-x})=Ae^{-x}(2x-x^2)$$

$$\frac{d^2y_p}{dx^2}=A[2e^{-x}-2xe^{-x}-(2x-x^2)e^{-x}]=Ae^{-x}(x^2-4x+2)$$

代入して左辺を計算

$$\frac{d^2y_p}{dx^2}+2\frac{dy_p}{dx}+y_p=Ae^{-x}(x^2-4x+2)+2Ae^{-x}(2x-x^2)+Ax^2e^{-x}$$

整理して

$$Ae^{-x}[(x^2-4x+2)+(4x-2x^2)+x^2]=Ae^{-x}(0x+2)=2Ae^{-x}$$

右辺と比較して

$$2Ae^{-x} = e^{-x} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

したがって、特解は

$$y_p(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$$

全体の一般解：$y(x) = y_h(x) + y_p(x) = (C_1 + C_2x)e^{-x} + \frac{1}{2}x^2e^{-x}$
よって

$$y(x) = \left(C_1 + C_2x + \frac{1}{2}x^2\right)e^{-x}$$

(2)
微分すると

$$\frac{dy}{dx} = \left[-\left(C_1 + C_2x + \frac{1}{2}x^2\right) + (C_2 + x)\right]e^{-x} = \left[-C_1 - C_2x - \frac{1}{2}x^2 + C_2 + x\right]e^{-x}$$

$$= \left[-C_1 + C_2(1 - x) + x - \frac{1}{2}x^2\right]e^{-x}$$

初期条件を代入する

- $y(0) = C_1 = 1$

- $\frac{dy}{dx}(0) = (-C_1 + C_2)e^0 = -1 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 1$

よって

$$\mathrm{y}(x) = \left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right)e^{-x}$$

問題２

出題意図：複素数は交流のフェーザ表示、フーリエ解析や制御・信号処理等を理解する上で必須の知識であり，その計算能力を有していないと電気電子分野の専門科目を理解するのか困難である．そこで，その計算力を問う問題を出題した．

解答例

（１）

$$z = \left(\cos\frac{\pi}{6} + j\sin\frac{\pi}{6}\right)^6 = \left(e^{j\pi/6}\right)^6 = e^{j\pi}$$

$$e^{j\pi} = \cos\pi + j\sin\pi = -1 + j\cdot 0$$

答え

$$実部：-1,\quad 虚部：0$$

（２）

分母をオイラーの公式で展開すると

$$1 + e^{j\theta} = 1 + \cos\theta + j\sin\theta$$

分母の共役は

$$1 + \cos\theta - j\sin\theta$$

関数 z の分母を実数化

$$z = \frac{1}{1+\cos\theta + j\sin\theta}\cdot\frac{1+\cos\theta - j\sin\theta}{1+\cos\theta - j\sin\theta} = \frac{1+\cos\theta - j\sin\theta}{(1+\cos\theta)^2 + \sin^2\theta}$$

分母を整理すると

$$(1+\cos\theta)^2 + \sin^2\theta = 1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 + 2\cos\theta + 1 = 2(1+\cos\theta)$$

よって

$$z = \frac{1+\cos\theta}{2(1+\cos\theta)} - j\frac{\sin\theta}{2(1+\cos\theta)} = \frac{1}{2} - j\frac{\sin\theta}{2(1+\cos\theta)}$$

答え

$$実部：\frac{1}{2},\quad 虚部：-\frac{\sin\theta}{2(1+\cos\theta)}$$

問題３

出題意図：行列計算，固有値等の線形代数は電気電子分野の専門科目を学ぶ上で必須の知識であり，その計算能力を有していないと専門科目の習得は困難である．そこで，その計算力を問う問題を出題した．

解答例

（１）固有値方程式 $\det(A-\lambda I)=0$ を解く

$$\det(A-\lambda I)=\begin{vmatrix}1-\lambda & 2 & 3\\ 0 & 4-\lambda & 5\\ 0 & 0 & 6-\lambda\end{vmatrix}=(1-\lambda)(4-\lambda)(6-\lambda)=0$$

固有値は

$\lambda=1$，$\lambda=4$，$\lambda=6$

（２）

固有ベクトルは $(A-\lambda I)\boldsymbol{x}=0$，$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ の解として求める．

固有値 $\lambda=1$ のとき

$$(A-I)=\begin{pmatrix}0 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 5\\ 0 & 0 & 5\end{pmatrix}$$

この行列に対応する連立方程式は

$$\begin{cases}2y+3z=0\\ 3y+5z=0\\ 5z=0\end{cases}$$

第３式より $z=0$、第１・２式より $y=0$．自由変数は x のみなので固有ベクトルは

$$\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

固有値$\lambda=4$のとき

$$(A-4I)=\begin{pmatrix}-3 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

この行列に対応する連立方程式は

$$\begin{cases}-3x+2y+3z=0\\ 5z=0\\ 2z=0\end{cases}$$

第２・３式より$z=0$、第１式より

$$-3x+2y=0$$

$$y=\frac{3}{2}x$$

$$\boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix}1\\ \frac{3}{2}\\ 0\end{pmatrix}$$ 題意よりスカラー倍して成分を整数とすると $$\boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix}2\\ 3\\ 0\end{pmatrix}$$

固有値$\lambda=6$のとき

$$(A-6I)=\begin{pmatrix}-5 & 2 & 3\\ 0 & -2 & 5\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

この行列に対応する連立方程式は

$$\begin{cases}-5x+2y+3z=0\\ -2y+5z=0\end{cases}$$

第２式より

$$y=\frac{5}{2}z$$

第１式に代入して

$$-5x+2\frac{5}{2}z+3z=-5x+8z=0$$

$$x=\frac{8}{5}z$$

$$\boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix}\frac{8}{5}\\ \frac{5}{2}\\ 1\end{pmatrix}$$ 題意よりスカラー倍して成分を整数とすると $$\boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix}16\\ 25\\ 10\end{pmatrix}$$

問題4

出題意図：ベクトル解析は物理現象，とりわけ電磁気学を理解する上で必須の知識であり，その計算能力を有していないと電気電子分野の専門科目を理解するのか困難である．そこで，その計算力を問う問題を出題した．

解答例

（1） $f = x$， $\nabla f = (1, 0, 0)$

$$\boldsymbol{A} = \left(e^{2x}\sin\left(x^2\right), 1 - xy^2 z, yz^2\right)$$

$$\nabla f \times \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \left(0, -yz^2, 1 - xy^2 z\right)$$

$$\boldsymbol{B} = \left(x^2 yz, y^2 z^2, y\right)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial y} = \left(x^2 z, 2yz^2, 1\right)$$

$$\boldsymbol{F} = \nabla f \times \boldsymbol{A} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial y} = \left(x^2 z, 2yz^2 - yz^2, 1 - xy^2 z + 1\right)$$

$$= \left(x^2 z, yz^2, -xy^2 z + 2\right)$$

（2）

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\boldsymbol{F} = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(x^2 z\right), \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(yz^2\right), \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(-xy^2 z + 2\right)\right) = (0, 2y, 0)$$

（3）

$$\nabla \cdot \boldsymbol{F} = \frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 z\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(yz^2\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-xy^2 z + 2\right) = 2xz + z^2 - xy^2$$

（4）　球対称領域において

$$\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{F}\,dV \ =\int_V \left(2xz+z^2-xy^2\right)dV$$

Vを半径１の球とすると、次の対称性を用いて奇関数項を消去

　　$2xy$ は x，z について奇関数→球対称積分で 0

　　xy^2 は x について奇関数→球対称積分で 0

偶関数 z^2 の積分だけ非ゼロ．また，球の回転対称性によって

$$\int_V r^2\,dV \ =\int_V\left(x^2+y^2+z^2\right)dV \ =\int_V x^2\,dV \ +\int_V y^2\,dV \ +\int_V z^2\,dV \ =3\int_V z^2\,dV$$

したがって半径１の球で

$$\int_V r^2\,dV \ =\int_0^1 r^2\cdot 4\pi r^2 dr \ =4\pi\int_0^1 r^4 dr \ =\frac{4\pi}{5}$$

よって

$$\int_V \nabla\cdot\boldsymbol{F}\,dV \ =\int_V z^2\,dV \ =\frac{1}{3}\int_V r^2\,dV \ =\frac{4\pi}{15}$$

電磁気学 出題意図・解答例

問題 1

出題意図：導体・誘電体の性質および静電界の理解度を問う.

解答例

(1) 導体球 A の表面：Q [C]，導体球殻 B の内側表面：$-Q$ [C]
導体球殻 B の外側表面：0

(2) 電束密度の大きさは，ガウスの法則 $\int_S \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = Q$ を用いて計算する.

1) 領域 I： $D_1 = 0$

2) 領域 II, III, IV： $D_2 = \dfrac{Q}{4\pi r^2}$ [C/m^2]

3) 領域 V： $D_3 = 0$

(3) 電界の大きさは，電束密度と電界の関係式 $\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E}$ より

1) 領域 I： $E_1 = 0$

2) 領域 II： $E_2 = \dfrac{D_2}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ [V/m]

3) 領域 III： $E_3 = \dfrac{D_2}{\varepsilon} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\, r^2}$ [V/m]

4) 領域 IV： $E_4 = \dfrac{D_2}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ [V/m]

5) 領域 V： $E_5 = 0$

(4) 電極間の電位差は

$$
\begin{aligned}
V &= -\int_b^{\xi+d} E_4\,dr - \int_{\xi+d}^{\xi} E_3\,dr - \int_{\xi}^{a} E_2\,dr \\
&= -\int_b^{\xi+d} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr - \int_{\xi+d}^{\xi} \frac{Q}{4\pi\varepsilon\, r^2}dr - \int_{\xi}^{a} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr \\
&= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left(\frac{1}{\xi+d} - \frac{1}{b}\right) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi+d}\right) + \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\xi}\right)\right\} \\
&= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)\left(\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi+d}\right)\right\} \text{ [V]}
\end{aligned}
$$

(5) 静電容量 Cは

$$
C = \frac{Q}{V} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)\left(\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi+d}\right)\right\}} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left\{\left(\frac{b-a}{ab}\right) + \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)\left(\frac{d}{\xi(\xi+d)}\right)\right\}} \text{ [F]}
$$

問題２

出題意図：静磁界に関する理解度を問う．

解答例

（１）$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ [T]

（２）図２(b)'のように導体上の電流要素$I\boldsymbol{dl}$が点Pにもたらす磁束密度$\boldsymbol{dB}$を考える．
ビオ-サヴァールの法則より

$\boldsymbol{dB} = \frac{\mu_0 I\boldsymbol{dl}\times\boldsymbol{r}}{4\pi r^3}$ …①

$\boldsymbol{dB}$の z 軸に垂直な成分 $dB_\perp$は円形線状導体上の閉路 C の対称性により

$$\oint_C dB_\perp = 0$$

となる．

z軸に平行な成分 dB_zは図２(b)'のようにθ, rをとると，

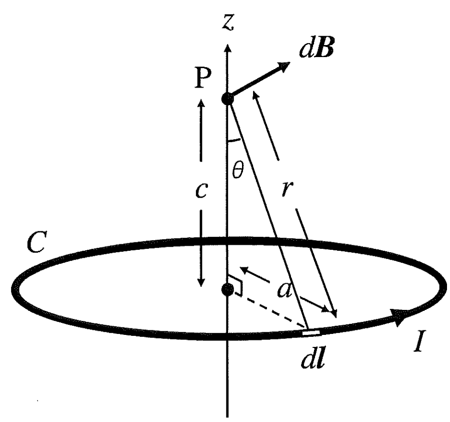


図２(b)'

① より $dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$ であるから，

$$dB_z = dB\sin\theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}\sin\theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}\frac{a}{r} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi r^3}dl$$

よって

$$B_z = \oint_C \frac{\mu_0 I a}{4\pi r^3}dl = \frac{\mu_0 I a}{4\pi r^3}\oint_C dl = \frac{\mu_0 I a}{4\pi r^3}2\pi a = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3}$$
$$= \frac{\mu_0 I a^2}{2(c^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

よって

$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(c^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\boldsymbol{k}$ [T]

（３）

半径 a [m]の円，半径 b [m]の円，それぞれについて（２）と同様にして，

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(c^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\mu_0 I b^2}{2(c^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\boldsymbol{B} = \left\{\frac{\mu_0 I a^2}{2(c^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\mu_0 I b^2}{2(c^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}\boldsymbol{k} \text{ [T]}$$

電気回路 出題意図・解答例

問題１

出題意図

正弦波交流回路における，回路方程式の理解，および，これらに関する計算能力を問う．

解答例

（1）

$$(\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2)\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_2 = \boldsymbol{E}_1$$
$$-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_1 + (\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3)\boldsymbol{I}_2 + \boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{I}_3 = 0$$
$$\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{I}_2 + (\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_3)\boldsymbol{I}_3 = \boldsymbol{E}_2$$

（2）

閉路方程式は，

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2 & -\boldsymbol{Z}_2 & 0 \\ -\boldsymbol{Z}_2 & \boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3 & \boldsymbol{Z}_3 \\ 0 & \boldsymbol{Z}_3 & \boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_1 \\ \boldsymbol{I}_2 \\ \boldsymbol{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{E}_1 \\ 0 \\ \boldsymbol{E}_2 \end{pmatrix}$$

である．ここで，$\boldsymbol{Z}_1 = \sqrt{3}\ \Omega$，$\boldsymbol{Z}_2 = \mathrm{j}\ \Omega$，$\boldsymbol{Z}_3 = -\mathrm{j}\ \Omega$ および$\boldsymbol{E}_2 = 3\boldsymbol{E}_1$ であるので，

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}+\mathrm{j} & -\mathrm{j} & 0 \\ -\mathrm{j} & \sqrt{3} & -\mathrm{j} \\ 0 & -\mathrm{j} & \sqrt{3}-\mathrm{j} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_1 \\ \boldsymbol{I}_2 \\ \boldsymbol{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{E}_1 \\ 0 \\ 3\boldsymbol{E}_1 \end{pmatrix}$$

と行列で表すことができる．

（3）

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \boldsymbol{E}_1 & -\mathrm{j} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & -\mathrm{j} \\ 3\boldsymbol{E}_1 & -\mathrm{j} & \sqrt{3}-\mathrm{j} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sqrt{3}+\mathrm{j} & -\mathrm{j} & 0 \\ -\mathrm{j} & \sqrt{3} & -\mathrm{j} \\ 0 & -\mathrm{j} & \sqrt{3}-\mathrm{j} \end{vmatrix}} = \frac{1}{6\sqrt{3}}\left\{\left(3-\mathrm{j}\sqrt{3}\right)\boldsymbol{E}_1 - 3\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_1\right\} = \frac{1}{6\sqrt{3}}\left(1-\mathrm{j}\sqrt{3}\right)\boldsymbol{E}_1$$

より，

$$\boldsymbol{E}_1 = 6\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2\angle-60^\circ}\ \boldsymbol{I}_1 = 3\sqrt{3}\angle 60^\circ\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\angle-30^\circ = 3\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$$

となる．

問題２

出題意図

過渡現象における微分方程式を構築する能力，および，これを解いて解析解を求める計算能力を問う．

解答例

（1）

$0 < t \leq T$ における回路方程式は

$$R\frac{dq_1(t)}{dt} + \frac{q_1(t)}{C} = E_0$$

(左辺) = 0 として，上式を解くと過渡解 $q_t(t)$が次のように求まる．

$$q_t(t) = Ke^{-\frac{t}{RC}}$$

ただし，K は定数．定常解q_sは

$$q_s = CE_0$$

よって，時刻 t における $q_1(t)$は，

$$q_1(t) = q_s + q_t(t) = CE_0 + Ke^{-t/RC}$$

$q_1(t)|_{t\to+0} = 0$ より，$K = -CE_0$．よって，

$$q_1(t) = CE_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

である．

（2）

$t > T$ における回路方程式は

$$R\frac{dq_2(t)}{dt} + \frac{q_2(t)}{C} = 0$$

これを解くと，電荷$q_2(t)$ はつぎのように求められる．K は定数.

$$q_2(t) = Ke^{-\frac{t-T}{RC}}$$

$q_2(t)|_{t\to+T} = q_1(T)$より，$K = CE_0\left(1 - e^{-\frac{T}{RC}}\right)$．したがって，

$$q_2(t) = CE_0\left(1 - e^{-\frac{T}{RC}}\right)e^{-\frac{t-T}{RC}}$$

である．

問題３

出題意図

四端子回路網における，四端子行列（F 行列）の理解，および，これらに関する計算能力を問う．

解答例

①	$\dfrac{\boldsymbol{V}_1}{R_1+R_2+\mathrm{j}X}$	②	$\mathrm{j}X\boldsymbol{I}_1$	③	$\dfrac{R_1+R_2+\mathrm{j}X}{\mathrm{j}X}$
④	$\dfrac{1}{\mathrm{j}X}$	⑤	$R_1+R_2+\mathrm{j}2X$	⑥	$\dfrac{\boldsymbol{V}_1}{R_1+R_2+\mathrm{j}2X}$
⑦	$-\boldsymbol{I}_1$	⑧	$-\left(R_1+R_2+\mathrm{j}2X\right)$	⑨	-1
⑩	1				

電子回路　出題意図・解答例

解答例

問題1

出題意図：理想演算増幅器の基本特性を理解し，回路解析ができるかを確認する。

(1)　理想演算増幅器の入力インピーダンスは無限大と考えるため，
節点aでの電位v_aは分圧則より

$$v_a = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} v_1$$

また，理想演算増幅器の正相入力と逆相入力間はイマージナリーショートであるため

$$v_o = v_a = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} v_1 = \frac{j\omega CR_1}{1 + j\omega CR_1} v_1 \quad \left(= \frac{(\omega CR_1)^2 + j\omega CR_1}{1 + (\omega CR_1)^2} v_1 \right)$$

(2)　入力電流はC, R_1に流れる電流とR_2に流れる電流の和である。

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{v_1 - v_o}{R_2} = \frac{v_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{v_1}{R_2} - \frac{R_1 v_1}{R_2\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C}\right)}$$

$$= \frac{v_1}{R_2}\left(\frac{j\omega CR_2}{1 + j\omega CR_1} + 1 - \frac{j\omega CR_1}{1 + j\omega CR_1}\right)$$

$$= \frac{v_1(1 + j\omega CR_2)}{R_2(1 + j\omega CR_1)} \quad \left(= \frac{v_1}{R_2}\left(\frac{1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2 + j\omega C(R_2 - R_1)}{1 + (\omega CR_1)^2}\right)\right)$$

(3)　(2)で求めた入力電流i_1より

$$Z_i = \frac{v_1}{i_1} = \frac{R_2(1 + j\omega CR_1)}{1 + j\omega CR_2} = \frac{R_2(1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2) + j\omega CR_2(R_1 - R_2)}{1 + (\omega CR_2)^2}$$

(4)

$$Z_i = \frac{R_2(1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2)}{1 + (\omega CR_2)^2} + j\omega \frac{CR_2(R_1 - R_2)}{1 + (\omega CR_2)^2}$$

$R_1 > R_2$の場合はZ_iの虚数部は正となり，誘導性リアクタンスである。

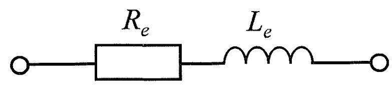
したがって，等価抵抗R_e，等価インダクタンスL_eとすると

$$Z_i = R_e + j\omega L_e$$

と表すことができる。

つまり，この回路は図Aのように周波数特性を持つ抵抗R_eと周波数特性を持つインダクタンスL_eの直列回路で表すことができる。

$$R_e = \frac{R_2(1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2)}{1 + (\omega CR_2)^2}, \quad L_e = \frac{CR_2(R_1 - R_2)}{1 + (\omega CR_2)^2}$$



図A

(5) コイルなどのインダクターを使用することなく，抵抗とキャパシターによって
誘導性インピーダンスを作ることができる。

また，容量性インピーダンスも作ることができる。

問題 2

出題意図：論理回路の基本的な設計についての出題．題意から真理値表を作成し，それをもとに簡単化を行い，回路図を作成できるかを確認する．

（1）

x	x_4	x_3	x_2	x_1	y_1	y_2
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	−	1
4	0	1	0	0	1	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	−	1
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0
10	1	0	1	0	0	0
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	0	0
13	1	1	0	1	−	1
14	1	1	1	0	1	0
15	1	1	1	1	1	0

（2）

y_1 x_2x_1 x_4x_3	00	01	11	10
00			−	
01	1	1	−	1
11		−	1	1
10				

y_2 x_2x_1 x_4x_3	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11		1		
10				

（3）

$$y_1 = x_2x_3 + x_3\bar{x}_4$$

$$y_2 = x_1x_2\bar{x}_4 + x_1\bar{x}_2x_3x_4$$

（4）